

## EL CONCEPTO DE MODELO

J. ANTONIO SALGADO

Hay varias definiciones de la palabra "Modelo". Algunas de ellas destacan su utilidad heurística; otras, su aspecto teórico; otras, su formalización, etc.

Según Braithwaite (1) habrían tres razones importantes que explicarían la polisemia y ambigüedad de este concepto:

- a) Cuando una teoría tiene un nivel bajo, se la denomina "modelo" (sentido de bajo nivel teórico).
- b) Para destacar una teoría, en Ciencias Sociales, por ejemplo, donde no abundan las formalizaciones.
- c) Cuando la teoría es considerada como "aproximación" y la palabra "modelo" indicaría "inacabado".

Pero, en general, con respecto a la clasificación de la palabra "modelo", comparto la posición que distingue dos instancias epistemológicas (2):

- una noción descriptiva de la actividad científica y,
- la otra, un concepto de la lógica matemática.

Las razones para estar de acuerdo con estas dos instancias son las siguientes:

- Las otras distinciones delimitan sólo el aspecto lingüístico o significativo del modelo
- Otras distinciones sólo toman en cuenta la noción de modelo de acuerdo a la función que cumplen dentro de una determinada disciplina (por ej.: modelo algebraico, modelo lingüístico, modelo semántico), etc.

(1) Braithwaite, R. B.: "Models in the empirical Sciences" (In) Nagel, Suppes, Tarski: "Logic, methodology and philosophy of science" (Proceeding of the 1960 International Congress). Stanford University Press. Stanford, California, 1962.

(2) Esta clasificación general de los modelos permite explicar el modelo construido a partir de la observación empírica y que luego, sucesivamente, muestra la estructura interna de los hechos.

## A.— EL MODELO COMO NOCION DESCRIPTIVA DE LA ACTIVIDAD CIENTIFICA.

La noción básica para entender este sentido es la separación que se ha producido entre la realidad empírica y la forma teórica y luego, el intento de unificar la ciencia (especialmente en los países anglosajones).

Ejemplo los tenemos en Rudolph Carnap en "Fundamentos lógicos de la unidad de las ciencias" (1938) donde sostiene:

- a) La distinción entre ciencia formal y ciencia fáctica.
- b) Se hace necesario encontrar la reducción de los términos de una ciencia en otra. Ej.: biología en términos de la Física. Esto le permite hablar de la unidad de la ciencia.
- c) Queda el problema del lenguaje unificado de la ciencia y el lenguaje artificial de las ciencias formales.

Se puede comprender, por tanto, el intento de expresar el "hecho empírico" a través del lenguaje formalizado" y el intento de obviar la separación.

Ejemplo típico de esta tendencia no sólo lo encontramos en los anglosajones sino también en algunos franceses. Por ejemplo en Levy - Strauss al final del libro ANTROPOLOGIA ESTRUCTURAL, donde trata el concepto de "estructura" como sinónimo de "modelo". Nos indica que los modelos son el objeto propio de los análisis estructurales. Deben reunir los siguientes requisitos:

"En primer lugar, una estructura presenta un carácter de sistema. Consiste en elementos tales que una modificación cualquiera de uno de ellos entraña una modificación en todos los demás".

"En segundo lugar, todo modelo pertenece a un grupo de transformaciones, cada una de las cuales corresponde a un modelo de la misma familia de manera que el conjunto de estas transformaciones constituye un grupo de modelos".

"En tercer lugar, las propiedades antes indicadas permiten predecir de qué manera reaccionará el modelo, en caso de que uno de sus elementos se modifique" (3).

Es decir, el modelo implicaría una totalidad interrelacionada donde cada elemento tiene su función específica y donde la variación de uno de sus componentes traería como consecuen-

(3) Levi-Strauss, Claude: "Antropología Estructural", pág. 352. Eudeba. Trad. Eliseo Verón, Buenos Aires, 1972.

cia la transformación del todo. (Obsérvese como aparece la noción de la Gestalt).

Además los modelos estarían incluidos en una cota muy estricta, caracterizada por relaciones y transformaciones específicas.

También cada transformación correspondería a un modelo de la misma familia. En este contexto, tal como presenta Levy-Strauss el concepto de "modelo", confunde la noción de "sistema" y "estructura". Ambos son diferentes. Claro está, que posteriormente aclara la homologación entre "modelo" y estructura. Por ejemplo, en el "coloquio sobre el Término Estructura". París, 1959, Levy - Strauss informó que el modelo era empleado para referirse a un pequeño número de propiedades mediante las cuales podía reducirse todo cúmulo de observaciones empíricas. Afirma, además, que ha empleado el término para designar un conjunto de operaciones; es un procedimiento artesanal (4).

Sin embargo, el sentido de la palabra "modelo" todavía permanece ambiguo debido a que el conjunto de "operaciones artesanales" debe estar regido por un conjunto de reglas o procedimientos heurísticos.

En general, el modelo está entendido como una fase preteórica que tiene por función encontrar las estructuras o "propiedades" (seg. L—St.) mediante relaciones isomórficas. Esquematiizando, tendríamos:

HECHO EMPIRICO——MODELO——ESTRUCTURAS  
GENERALES (LEYES O TEORIAS)

Planteado el problema de esta manera, se comprende que la misión del modelo es representar los hechos mediante un conjunto de relaciones y luego a través de la isomorfía encontrar las similitudes y las diferencias (en especial) que permitirán bosquejar una ciencia.

Asti Vera (5) reacciona contra la identificación de "modelo" y "estructura" que hace Levi - Strauss. Para ello, analiza cada concepto por separado y remite el segundo concepto a la noción de "grupo" de la siguiente manera: "En síntesis, dado un grupo abstracto, llamaremos estructura al conjunto de relaciones que vinculan los elementos del grupo, es decir, a la ley de la composición" (6).

(4) Bastide et alii: "Sentidos y usos del término estructura", pág. 136. Editorial Paidós, Buenos Aires, 1971.

(5) Asti Vera, Armando: "El método de los modelos" (en) "Cuadernos de Filosofía", Universidad de Buenos Aires, Año XII, Nº 17, Enero-junio, 1972.

(6) Asti Vera, Armando: Ibid, pág. 129.



Pero, aquí comete un error elemental porque la estructura no se aplica sólo a los grupos, sino también a los anillos, cuerpos. También encontramos estructuras en los conjuntos, las estructuras de orden, las estructuras espaciales o topológicas. Además, la estructura en el caso citado no es la "ley de la composición" sino el conjunto formado por las dos operaciones (composición e inversión).

Por ejemplo: I.  $(x)_u(y)_u(z)_u \quad [(x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z)]$   
 II.  $(x)_u(x \circ e = x)$   
 III.  $(x)_u(x \circ x^{-1} = e)$  (7).

siendo  $x, y, z$ , variables individuales que pertenecen al mismo conjunto  $U$ , la constante " $e$ " es el elemento neutro, el operador monádico  $()^{-1}$  es la relación de inversión, y " $\circ$ " es el operador binario (composición).

Como puede observarse la estructura está compuesta por dos operaciones (inversión y composición) y no una sola como plantea Asti Vera.

Con respecto a la "isomorfía" agrega: "Decir que dos grupos son isomorfos equivale a afirmar que tienen la misma estructura o que son realizaciones concretas de la misma estructura" (8). Si seguimos el concepto de estructura que nos entregó anteriormente (ley de la composición) entonces tendríamos que concluir que la isomorfía entre dos grupos se establece cuando tienen la misma operación de composición.

Lo importante, sin duda es que la isomorfía está definida fundamentalmente en torno a la estructura (el haz de relaciones).

Así por ejemplo: Un álgebra  $\langle U, A, \circ \rangle$  es isomórfica con respecto a un álgebra  $\langle U', A', \circ' \rangle$  sí sólo si hay una función  $f$  tal que:

- (i)  $D(f) = A \ \& \ R(f) = A'$
- (ii)  $f$  es una función biunívoca
- (iii) si  $x, y$  pertenece a  $A$  entonces  $f(x \circ y) = f(x) \circ' f(y)$

Así tendríamos que la numeración binaria: 0,1,10,11,100 es isomórfica con respecto a la numeración decimal: 0,1,2,3,4, siendo la estructura común perteneciente al grupo de los números naturales correspondientes.

Para Asti Vera juega un importante papel la analogía que

(7) Sólo se han tomado las propiedades generales de los grupos para poner en relieve las dos relaciones: composición e inversión. Con respecto a la crítica que aquí se hace a la noción de estructura, corresponde, en realidad, a unas notas críticas realizadas por Bunge en una correspondencia particular.

(8) Asti Vera, Armando: Ibid., pág. 130.

"es una igualdad de relaciones" (9) pues permite la "simulación de los hechos.

Mediante la simulación se construyen los modelos operativos y pueden realizarse los experimentos. Hay simulación Icónica, analógica, simbólica (las ecuaciones son evaluadas numéricamente, gaming, participan los actores humanos en situaciones competitivas).

En el sentido del "modelo" como descripción de la actividad científica, analizaremos esta noción tal como aparece en Mario Bunge.

Para Mario Bunge, sólo los modelos conceptuales pueden darnos una imagen simbólica de lo real: "Las otras vías —la razón pura, la intuición y la observación— han fracasado. Sólo los modelos contruidos con la ayuda de la intuición y de la razón y sometidos a la contrastación empírica han triunfado y, sobre todo, son susceptibles de ser corregidos en caso de necesidad" (10).

Para Bunge, los modelos son instrumentos necesarios para "aprehender" la realidad o los "sistemas fácticos" por medio de la razón. La contrastabilidad empírica servirá para comparar el modelo con lo real.

Señala los pasos para "apresar" la realidad y bosqueja así la metodología:

- 1.— Apartar la información y agregar elementos imaginarios con intención realista. Se construye, así, un objeto modelo esquemático y que, para dar frutos, deberá insertar en una teoría susceptible de ser confrontada con los hechos. (Cuando se refiere a teoría contrastada con los hechos, se refiere a las consecuencias de las teorías, pues más tarde, reconocerá que las teorías no son ni verdaderas ni falsas).
- 2.— Trazar una imagen detallada del modelo, es decir, se hace una teoría del objeto modelo: "Un modelo teórico es un sistema hipotético —deductivo concerniente a un objeto— modelo que es, a su vez, una representación conceptual - esquemática de una cosa o de una situación real o supuesta real" (11).

Para explicar este aspecto metodológico recurriré al siguiente ejemplo: Un bloque de 3 Kgs. y un diagrama que indica la va-

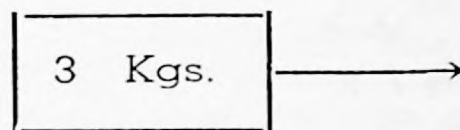
(9) Asti Vera, Armando: Ibid., pág. 131.

(10) Bunge, Mario: "Teoría y Realidad". Ariel, Barcelona, 1972.

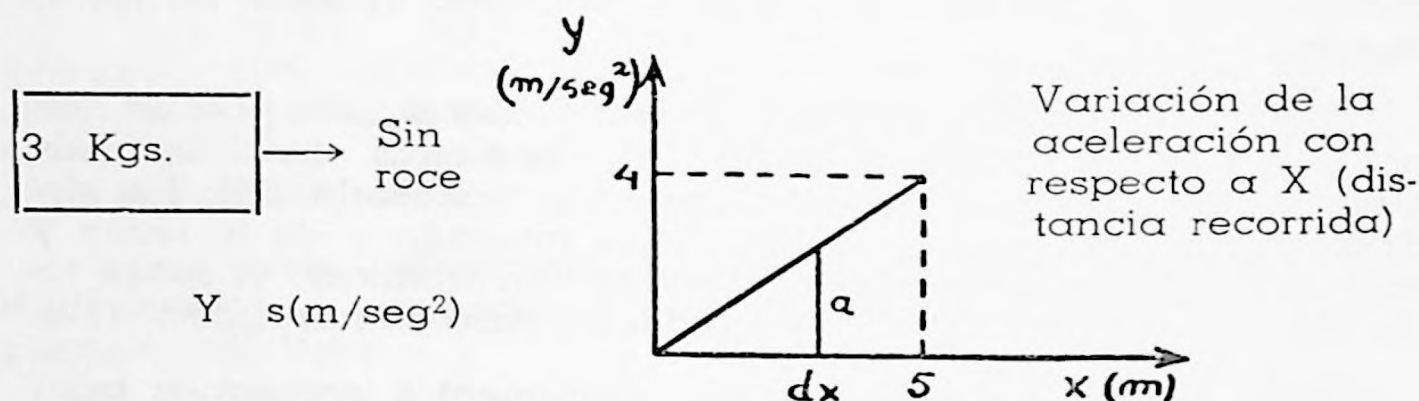
(11) Bunge, Mario: Ibid., pág. 16.

riación de la aceleración con respecto al espacio. ¿Cuál es la energía o trabajo necesario que se requiere para moverlo?

DATOS:  $\alpha$ :  $4\text{ m/seg}^2$   
 $s$ : 5 mts.  
 $m$ : 3 Kgs.



### 1.— ESQUEMATIZACION:



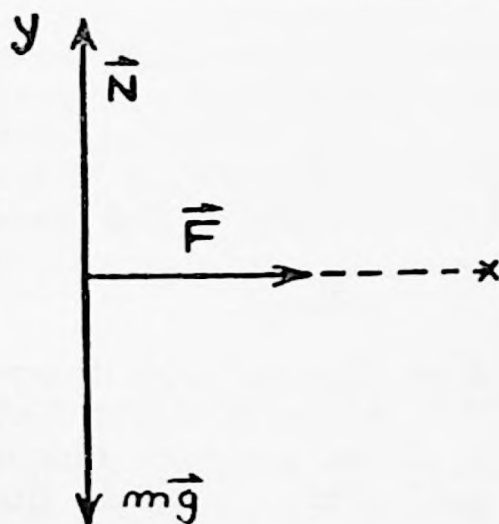
### 2.— IMAGEN DETALLADA DEL MODELO

a.— Se emplea el modelo del oscilador( )  
 aquí lo identificaremos con una partícula libre.

→  
 $N$  : normal

→  
 $F$  : Fuerza aplicada

→  
 $mg$  : Gravedad



b.— Inserción en una teoría: En la Teoría de Newton

$$1 \quad \vec{N} + \vec{mg} + \vec{F} = m \cdot \vec{\alpha} \quad (2^{\text{a}} \text{ ley de Newton})$$

$$2. \quad W: \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int m \cdot \vec{\alpha} \cdot d\vec{x} = m \int \vec{\alpha} \cdot d\vec{x} \quad (\text{Ley de la energía})$$



## 3.— DESCRIPCION EN TERMINOS TEORICO-MATEMATICOS:

$$1.- \begin{array}{c} \vec{N} + \vec{mg} + \vec{F} = m \cdot \alpha \\ \vec{N} + \vec{mg} = 0 \end{array}$$

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \alpha}$$

$$2. W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = m \int \vec{a} \cdot d\vec{x}. \quad \text{Si } a = \frac{4}{5} \cdot x, \text{ entonces:}$$

$$W = 3 \int_0^5 \frac{4}{5} \cdot x dx = 3 \cdot \frac{4}{5} \int_0^5 x dx = 3 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^5 = \frac{3 \cdot 2}{5} \cdot 25 = 30 \text{ J}$$

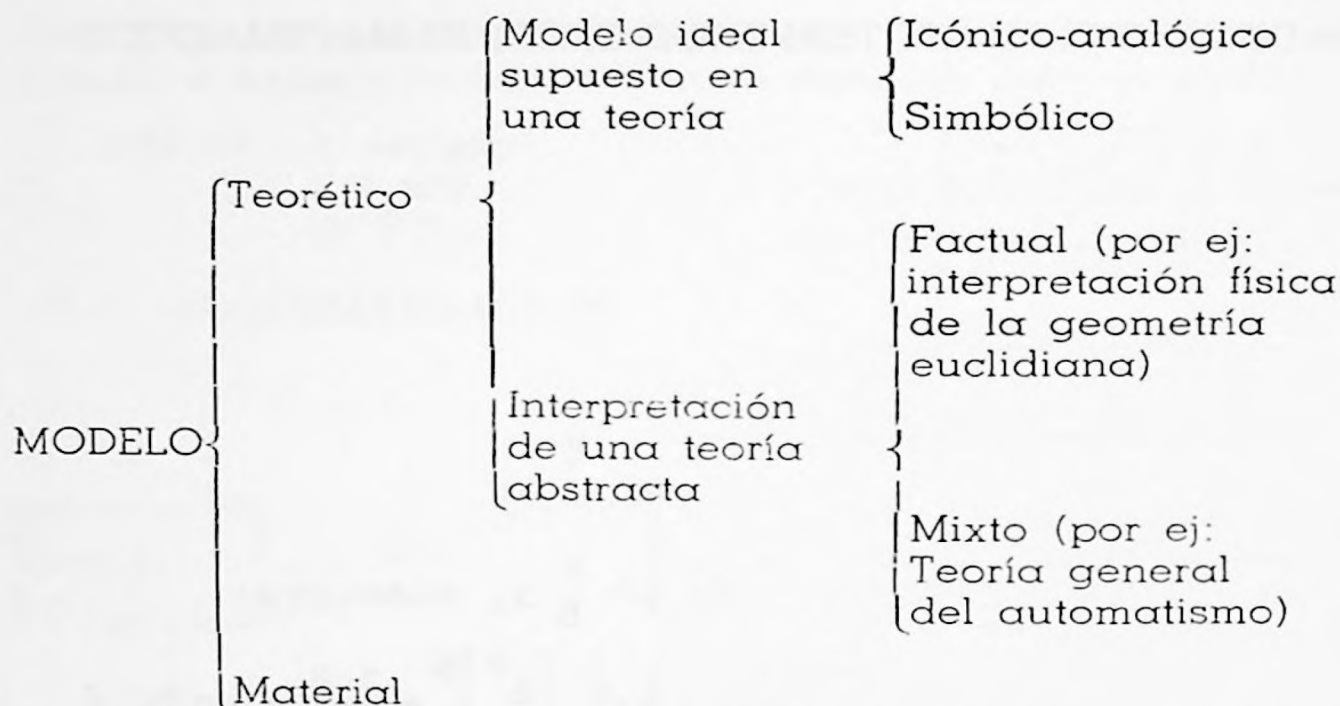
$$3. W = 30 \text{ J}$$

Este ejemplo servirá para distinguir y mostrar algunos conceptos importantes:

- Objeto modelo (m)** que representa los rasgos claves del objeto **r** concreto. Por ej.: **M**: partícula sin extensión; **r**: bloque de 3 kilos.
- El modelo teórico (Ts)** que explica los comportamientos internos y externos de **r** por vía de su modelo **m**. Ej.: diagrama de cuerpo libre, (oscilador).
- Teoría general (Tg)** que acoge a **Ts** y que deriva su valor de verdad así como la utilidad de diversos modelos teóricos que se pueden construir con su ayuda. Ej.: Teoría de Newton (en especial la 2.ª ley)

Así, un objeto puede representarse por un dibujo que puede ser literal, simbólico, figurativo o enteramente convencional. Una misma cosa puede representarse de varias maneras.

Para Bunge el modelo no sólo es la aprehensión de lo real por el pensamiento, sino también una idea teórica y como tal se transforma en un instrumento que puede insertarse en una teoría.



El modelo teorético (ideal ó interpretación ) toma aspectos generales del objeto; sólo los más relevantes, pues inserta ese bosquejo en una teoría.

Como puede observarse, el modelo es empleado para explicar lo real por medio del pensamiento en el proceso de investigación científica.

Pero también hay una importante noción: El modelo como metáfora sustentado, especialmente, por Black (12) y por Mary Hesse (13).

Para Hesse el empleo metafórico es la transferencia semántica de un sistema a otro mediante la analogía. O sea, tendríamos:

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{analogía} & \\
 S_1 & \longrightarrow & S_2 \\
 \text{p}_1 \text{ transferencia} & & \text{tal que } S_1, S_2: \text{ sistemas} \\
 \text{semántica} & & \text{p}_1, \text{ p}_2: \text{ palabras}
 \end{array}$$

Así por ejemplo, en el empleo científico de la metáfora tenemos la siguiente proposición:

El **sonido** es propagado por un **movimiento ondulatorio**

|                          |                     |
|--------------------------|---------------------|
| $C_1$                    | $C_2$               |
| Sistema primario         | Sistema secundario  |
| (lenguaje observacional) | (Lenguaje familiar) |

(12) Black, Max: "Modelos y Metáforas". Tecnos, Madrid, 1966.

(13) Hesse, Mary: "The explanatory function of Metaphor" (In) "Logic, methodology and philosophy of science" (Proceeding of the 1964 International Congress). Edited by Yehoshua Bar-Hillel). North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965.



Entre  $C_1$  y  $C_2$  se produce una relación analógica y una transferencia semántica. Pero debemos tener cuidado de no hacer esta conjunción en forma literal. Por ejemplo: "El hombre es un lobo" ¡Esto no quiere decir que el hombre sea efectivamente un lobo!

Para el empleo de la metáfora debe distinguirse entre el sentido poético y el sentido científico.

El sentido poético es una transferencia semántica desconcertante que entrega relaciones que no son comprensibles lógicamente. Ejemplo: "Nuestras vidas son los ríos que van a dar a la mar que es el morir" (Jorge Manrique).

En cambio, la metáfora, con sentido científico, tiene como finalidad producir la transferencia semántica para explicar algo de acuerdo a ciertas reglas convencionales establecidas previamente. Para que la metáfora sirva como modelo científico debe estar referida al lenguaje público y no al lenguaje privado.

Por tanto, en la investigación científica, encontramos serias dificultades para encontrar el sentido del concepto MODELO. Hay tal heterogeneidad de significados que, muchas veces, dos epistemólogos no coinciden en absoluto al respecto.

Para tener cierto panorama de esta multiplicidad conviene mostrar el "vocabulario" realizado por Yuen Ren Chao (15):

- 1.— Representación en miniatura de las cosas
- 2.— Una representación
- 3.— Una abstracción
- 4.— Un mecanismo y una gramática
- 5.— Programas para los aspectos distinguibles de un comportamiento
- 6.— Una estructura mediante la cual se describe el lenguaje
- 7.— Una pintura de cómo trabajan los sistemas lingüísticos
- 8.— Un estilo particular de gramática
- 9.— Un sistema de signos no interpretados que se convierte en un sistema parcialmente interpretado.
- 10.— Una teoría acerca de la estructura de algo
- 11.— Una teoría formalizada o semi formalizada
- 12.— Una Theoruncula, Theorita
- 13.— Un elemento auxiliar de carácter psicológico.
- 14.— Una realización posible (de una teoría) en la cual se satisfacen todas las proposiciones de la teoría
- 15.— Una abstracción de un sistema

(14) Heese, Mary: *Ibid.*, págs. 249-250.

(15) Yuen Ren Chao: "Models in Linguistics and Models in General" (In) "Logic, methodology and philosophy of science". Ed. por Nagel, Suppes, Tarski *Ibid.*(1). Para una distinción de los diversos empleos del término MODELO puede verse también el artículo de Byerly, Henry: "Model-Structures and Model-Objects" (en) "British Journal of Philosophy of Science", 20(1969), págs. 135-144. Otro análisis de los diversos empleos del término, especialmente en educación, lo trae Maclver, D.A. y Holdway, E.A.: "An Analysis of the Use of Models in Education" (in) "Alberta Journal Educational Research", Vol. XII, Nº 3, Sept. 1966.



- c) **Simbólicos:** se utilizan símbolos para designar las propiedades que se desean representar en el sistema. Ejemplo: Sociograma.
- d) **Teorético o conceptual:** que fija el objeto de estudio, categoriza el sistema, proporciona explicaciones, generan y desarrollan hipótesis. Ejemplo: Insertar el modelo en una teoría matemática donde se transformaría en una "interpretación" de una teoría matemática". Ejemplo: Teoría de los juegos.

También en el proceso de investigación científica podemos encontrar una noción que no sólo se emplea en la matemática y lógica sino también en las ciencias fácticas: El modelo como interpretación de una teoría abstracta.

Se ejemplificará este sentido mediante lo siguiente:

Sea  $U$ : Universo del discurso de una teoría.

$P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$  : Predicados primitivos de la teoría que se aplican a los elementos de  $U$ .

$I(U)$  : Interpretación de  $U$ .

$M \triangle R$  ( $M$  modeliza a  $R$ )

$I(P_1), I(P_2), \dots, I(P_n)$  : Interpretación de predicados primitivos.

## TEORIA DE LA CUASI ORDENACION O CONGRUENCIA

- 0.— **Presupuesto:** (Cálculo proposicional, funcional, teoría elemental de conjuntos)

Conectivas:  $\cdot$ ,  $\rightarrow$ ,  $(x)$ ,  $(\cdot, \cdot)$ .  
convenciones

- 1.— **Primitivas:** Constantes:  $U: \{x, y, z\}$   
Relación binaria:  $\cong$  (congruencia)

- 2.— **Reglas de formación:**

Frl:  $"x \cong y"$  y  $\triangle$  es fbf

Fr2: Toda fórmula compuesta de fbf y una o más conectivas es una fbf.

Fr3: La generalización universal de una fbf es una fbf

- 3.— **Reglas de transformación:**

$T_1$ : (Sustitución): Si fbf se sustituye por cualquier otra variable del mismo tipo se obtiene una nueva fbf.

- 4.— **Axiomas:**  $A_1: (x)_u (x \cong x)$  (reflexividad)  
 $A_2: (x)_u, (y)_u, (z)_u. (x \cong y \cdot y \cong z \rightarrow z \cong x)$  (Transitividad)



5.— **Modelos:** (Como interpretaciones)

Modelo 1:  $I(U)$ : Conjunto de triángulos planos.

$I(\infty)$ : "es semejante a"

Modelo 2:  $I(U)$ : Todas las personas.

$I(\infty)$ : Tener un antepasado común.

Modelo 3:  $I(U)$ : Un profesor, alumnos.

$I(\infty)$ : "ser amigo de".

Para ejemplificar se desarrollará el modelo 3:

A1: Para todo profesor que esté en la sala de clases entonces es amigo de sí mismo; o para todo alumno que esté en la sala de clases es amigo de sí mismo.

A2: Dado tres alumnos (por lo menos) si Juan es amigo de Pedro y Pedro es amigo de Fernando, entonces Juan es amigo de Fernando.

Como puede observarse, el axioma 2 no se cumple en la realización concreta. Por tanto, es muy importante establecer algunas condiciones para regular la interpretación en la ciencia factual, sea ésta natural o cultural. Las condiciones generales son:

- 1.— La interpretación no debe ser arbitraria.
- 2.— Los símbolos "interpretantes" deben satisfacer los axiomas de la teoría general.

Este modelo semántico (interpretación de una teoría abstracta) debe confrontarse con los hechos. Cuando no se adecúa a ellos, entonces debe buscarse otro modelo o debe ser modificado.

La gran dificultad de estos modelos no es solamente metodológica sino epistemológica.

La dificultad metodológica radica en encontrar las reglas de correspondencia y luego su ajuste a los hechos.

La dificultad epistemológica, la más importante, radica en su excesiva formalización y la obediencia ciega al juego formal. Esto trae como consecuencia que muchas veces se cree en la omnipotencia del cálculo y que sólo faltaría el contenido, el semántico. Si fuera así, bastaría, entonces, interpretar cualquier teoría abstracta para representar los hechos. Pero tal ventaja no aparece. Lo importante es comprender que el cálculo es sólo una herramienta teórica y que la realidad es indiferente a nuestro conocimiento.

El modelo, como interpretación de una teoría abstracta, es el sentido que predomina actualmente en los países anglosajones y todos los seguidores del positivismo lógico. Para manejar este

sentido en las ciencias fácticas es importante esclarecer la relación "modelizar" o "interpretar" y la relación de correspondencia. Porque puede ocurrir que un  $M$ (modelo) interpreta a  $T$ (teoría) pero no tiene correspondencia fáctica. Es decir:

$(M \triangle T). \neg (M \nabla H)$ :  $M$  interpreta a  $T$ , pero  $M$  no tiene correspondencia con los hechos.

Es decir, la asignación semántica a  $M$  puede ser arbitraria; pero quien decide la veracidad del modelo es la correspondencia o "contrastabilidad" empírica. De ahí entonces que las relaciones "modelizar" y "corresponder" son importantes para la modelización. Ambas relaciones no son idénticas, porque una es un problema de "asignación" y la otra es de "Contrastabilidad". Por ejemplo:

#### Relación de "modelizar":

$$M \triangle (A \cdot B) \rightarrow (M \triangle A) \cdot (M \triangle B)$$

$$M \triangle (A \vee B) \rightarrow (M \triangle A) \vee (M \triangle B)$$

$$M \triangle (A \rightarrow B) \rightarrow (M \triangle A) \rightarrow (M \triangle B)$$

$$M \triangle (A \leftrightarrow B) \rightarrow (M \triangle A) \leftrightarrow (M \triangle B)$$

La interpretación o modelización semántica puede ser arbitraria, obedeciendo aciertos esquemas lógicos. Pero como la semántica no es sólo una combinación de reglas, sino también correspondencia con lo denotado empírico entonces debemos analizar la relación de "correspondencia".

Lo que interesa a la ciencias fácticas es la correspondencia empírica: ejemplo:

Ej.:  $M \nabla H \rightarrow M = 1$  (Si  $M$  tiene correspondencia fáctica ( $H$ ) entonces  $M$  es verdadero).

$\neg (M \nabla H) \rightarrow M = 0$  (Si  $M$  no tiene correspondencia fáctica entonces  $M$  es falso)

#### RELACION DE CORRESPONDENCIA FACTICA:

1.—  $H \nabla H$  (Los hechos tienen correspondencia con los hechos)

2.—  $(M \nabla H) \cdot (N \nabla H) \rightarrow (N = M) \vee (N \neq M)$  (Si un modelo  $M$  tiene correspondencia fáctica con los hechos ( $H$ ) y un modelo  $N$  tiene correspondencia fáctica con los hechos, entonces el modelo  $N$  y el Modelo  $M$  pueden ser iguales o diferentes).

Podría combinarse la isosemia y la "correspondencia fáctica" dando las siguientes relaciones:

1.  $(M \nabla H) \cdot (M \overline{\nabla} N) \rightarrow N \nabla H$  (Si M tiene correspondencia fáctica y M es isosémica con N, entonces N tiene correspondencia fáctica).
2.  $(M \nabla H) \cdot (M \nabla N) \rightarrow \neg(N \nabla H)$  (Si M no tiene correspondencia fáctica y M es isosémica con N entonces N no tiene correspondencia fáctica).

Todas estas consideraciones nos muestran la complejidad del empleo de algunas relaciones, y en especial, la "correspondencia fáctica" que no es sólo un problema semántico cualquiera, sino además un problema ontológico.

## II.— EL CONCEPTO DE MODELO EN LA LOGICA

Para mostrar como opera esta noción de modelo (especialmente como "interpretación", según Carnap, Suppes, Tarski, Mosterín, y otros) en la lógica (16) emplearé la prueba de validez semántica que utiliza el modelo. Corresponde a una ampliación del cálculo presentado por Badiu, para así poder demostrar razonamientos complejos en forma sencilla y no emplear la completud funcional:

### Prueba de validez semántica:

- a) **Sistema:** Un conjunto U, llamado universo del discurso, cuyos elementos son simbolizados por u,v,w. Así por ejemplo:  
 $u \in U$ .  
 — Una familia de subconjuntos simbolizados por:  
 $(pU), (qU), (rU)$   
 — Dos valores veritativos: V,F.
- b) **Interpretación en un sistema dado:**
  - 1.— Una función f que a cada constante individual del sistema (sintáctico) se le asigna un elemento del universo U, por ejemplo:  $f(a): u$
  - 2.— A cada constante predicativa del sistema asignado a un conjunto de la familia que define el sistema. Por ejemplo:  $f(P):(pU)$
- c) **Evaluación de las fórmulas cerradas para un sistema dado:**

(16) Se ha tomado en general, puesto que estos lógicos desarrollan especialmente la semántica lógica, donde el término "interpretación" sustituye al término "modelización".



- Regla 1:  $F(\alpha):V$  syss  $f(\alpha) \in f(P)$ ; si no  $f(\alpha):F$   
 Regla 2:  $\neg A:V$  syss  $A:F$ ; si no  $\neg A:F$   
 Regla 3:  $(A.B):V$  syss  $A:V$  y  $B:V$ . En los otros casos es  $F$ .  
 Regla 4:  $(A \vee B):F$  syss  $A,B:F$  En los otros casos es  $V$ .  
 Regla 5:  $(A \rightarrow B):F$  syss  $A:V$  y  $B:F$ . En los otros casos es  $V$ .  
 Regla 6:  $(\exists x)B:V$  syss existe al menos una constante individual  $\alpha$  tal  $B(\alpha/x):V$ . Si no, entonces  $(\exists x)B:F$   
 Regla 7:  $(x)B:V$  syss para toda constante individual  $\alpha$  se dice que  $B(\alpha/x):V$  si no,  $(x)A:F$ .  
 Regla 8: En un razonamiento con  $(x)Fx$  y  $(\exists x)Fx$  la conclusión es  $(\exists x)Fx$ .

Mediante estas reglas se pueden elaborar algunas pruebas semánticas con satisfacibilidad del empleo de modelos.

Ejemplo 1:  $[(x) (Fx \rightarrow Gx) . (x)(Hx \rightarrow Fx)] \rightarrow (x) (Hx \rightarrow Gx)$

- |    |                                                    |                            |
|----|----------------------------------------------------|----------------------------|
| a) | $(x) (Hx \rightarrow Gx):F$                        | (1ª parte de la hipótesis) |
| b) | $(Ha \rightarrow Ga):F$                            | (R7,a)                     |
| c) | $(Ga:F)$ y $Ha:V$                                  | (R5,b)                     |
| d) | $(x) (Fx \rightarrow Gx).(x) (Hx \rightarrow Fx):$ | (2ª parte de la hipótesis) |
| e) | $(Fa \rightarrow Ga).(Ha \rightarrow Fa):V$        | (R7,d)                     |
| f) | $(Fa \rightarrow Ga):V$ y $(Ha \rightarrow Fa):V$  | (R3,e)                     |
| g) | $(Fa:F)$                                           | (R5,c,f)                   |
| h) | $Ha:F$                                             | (R5:f,g)                   |
| i) | $Ha:V$ y $Ha:F$                                    | (contradicción entre c,h), |
| j) | $Ha \rightarrow Ga:V$                              | luego,                     |
| k) | $(x) (Hx \rightarrow Gx):V$                        | (R7,j)                     |

Ejemplo 2:  $[(x) (Fx \rightarrow Gx) . (\exists x) (Hx.Fx)] \rightarrow (\exists x) (Hx.Gx)$ .

- |    |                                                 |                            |
|----|-------------------------------------------------|----------------------------|
| a) | $(\exists x) (Hx.Gx):F$                         | (1ª parte de la hipótesis) |
| b) | $(Ha.Ga):F$                                     | (R6,a)                     |
| c) | $(x) (Fx \rightarrow Gx).(\exists x) (Hx.Fx):V$ | (2ª parte de la hipótesis) |
| d) | $(Fa \rightarrow Ga).(Ha.Fa):V$                 | (R6,R7:c)                  |
| e) | $(Fa \rightarrow Ga):V$ y $(Ha.Fa):V$           | (R3:d)                     |
| f) | $(Ha):V$ y $Fa:V$                               | (R3:e)                     |
| g) | $Ga:V$                                          | (R5:e,f)                   |
| h) | $Ha:F$                                          | (R3:g,b)                   |
| i) | $Ha:V$ y $Ha:F$                                 | (Contradicción: f,h)       |
| j) | $(Ha.Ga):V$                                     |                            |
| k) | $(\exists x) (Hx.Gx):V$                         | (R8,R7:j)                  |

Como puede observarse el modelo está íntimamente ligado a un sistema y a su interpretación. Por tanto, el modelo, en sentido lógico, puede definirse de la siguiente manera: "Un modelo de un esquema es una sucesión de conjuntos tal que a cada le-

tra predicativa esquemática del esquema corresponde uno de esos conjuntos y que el conjunto inicial de la sucesión es un conjunto no vacío,  $U$ , que desempeña el papel de universo o campo de las variables" (17).

Es decir, el modelo  $(U, \alpha, b)$  sat  $(Ex) (Fx.Gx) \text{ syss } (Ex) (x\epsilon\alpha. x\epsilon b)$ . Aquí se desprende un enunciado muy importante: "Un esquema lógico es válido si es satisfecho por todos sus modelos".

También resultan dos teoremas muy importantes:

- I) Si un esquema resulta verdadero para todas sus sustituciones por oraciones de la teoría elemental de los números queda satisfecho para todo modelo. (Demostrado en 1915 por Leopold Löwenheim).
- II) Si un esquema es satisfecho por todo modelo, resulta verdadero para todas sus sustituciones por oraciones. (Se remonta a Skolem, Herbrand y Gödel).

Como hemos observado, el modelo en el sentido lógico se da entre dos sistemas tal que uno interprete parcial o totalmente a otro y cumpla los axiomas del otro.

El sentido general, ya sea como una noción del proceso de investigación científica o como concepto de la lógica matemática, todavía no es riguroso ni uniforme debido a sus múltiples usos y significados.

Sin embargo, en la lógica hay más acuerdo. Los modelos empleados en las ciencias fácticas se modifican constantemente, puesto que su finalidad es explicar el mundo real por medio del pensamiento. Es un instrumento teórico-imaginativo. Un estudio de su utilización en la investigación científica no puede desconocer el papel de la imaginación en su confección.

Finalmente, agreguemos una cita final: "Quien no sabe renunciar a un modelo renuncia a la verdad".

(17) Quine, W.V.: "Filosofía de la Lógica", pág. 96. Alianza Universidad, Barcelona, Madrid, 1970.