

## ÍNDICES DE RIESGO PARA LA SUPERFICIE SINIESTRADA CULTIVADA CON FORRAJES

### RISK INDEXES FOR FORAGE CROP AREA LOSS

Juan Manuel Torres-Rojo<sup>1\*</sup>, y Roberto Isaac Bahena-González<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Centro de Investigación y Docencia Económicas, Carretera México Toluca 3655 CP. 01210 México, D.F. México

\*Autor para correspondencia E-mail: juanmanuel.torres@cide.edu

#### RESUMEN

La información y el entendimiento de la dinámica del clima y su efecto en cultivos agrícolas han mejorado en años recientes. Este avance es resultado del desarrollo de modelos predictivos y estructurales más complejos. El objetivo del estudio fue demostrar empíricamente la existencia de una relación de "Ley de Poder" de la distribución de frecuencias de las superficies cultivadas con forrajes que son siniestradas anualmente. La invariabilidad de escala de la relación probada es usada para construir dos índices de riesgo. El primero es un indicador de siniestralidad y el segundo un indicador de la superficie máxima en riesgo de siniestro dada una probabilidad de ocurrencia. El análisis se realiza a nivel regional y nacional para los diferentes sistemas de producción (Primavera-Verano temporal, Primavera-Verano riego, Otoño-Invierno temporal y Otoño-Invierno riego). La prueba de la relación de Ley de Poder se realizó con el modelo Pareto y el ajuste de la distribución empírica se hizo a través de cuadrados mínimos no lineales. Los resultados muestran que las estimaciones del parámetro de escala de la "Ley de Poder" oscilan entre -1,42 y -1,70 para diferentes sistemas en diferentes unidades territoriales. Los estimadores son estadísticamente similares a los valores esperados y además cumplen con el principio de universalidad y la hipótesis de proporcionalidad de tamaño finito. Por ello, se concluye que la superficie siniestrada de cultivos forrajeros es un evento que sigue un comportamiento críticamente auto-organizado. De aquí que los índices de riesgo derivados de esta relación son índices de riesgo de largo plazo.

**Palabras clave:** Superficie siniestrada, Comportamiento críticamente auto-organizado, Ley de Poder, índice de riesgo, superficie de cultivo en riesgo.

#### ABSTRACT

Information and understanding of climate dynamics and its effect on agricultural crops have improved in recent years. This progress is the result of the development of more complex predictive and structural models. The objective of the study was to empirically test the existence of a "Power Law" relationship of the frequency distribution of annual forage crop area losses. The scale invariability of the tested relationship is used to build two risk indexes. The first index is an indicator of crop area losses, while the second one is an indicator of the maximum crop area at risk of loss given a likelihood of occurrence. The analysis is performed at regional and national levels for the different production systems (spring-summer rainfed, spring-summer irrigation, autumn-winter rainfed and autumn-winter irrigation). The proof of the "Power Law" relationship was done with the Pareto model, while a method of non-linear least squares was used to fit the empirical distribution. The

results show that the scale parameter estimates range between -1.42 and -1.70 for different systems in different territorial units. Estimates are statistically similar to the expected values and also comply with the principle of universality and the finite-size scaling hypothesis. Thus, it can be concluded that the affected area of forage crops follows a self-organized critical behavior. Therefore, the risk indexes derived from this relationship can be considered long-term risk indexes.

**Key words:** Damaged area, self-organized critical behavior, power law, risk index, crop area at risk.

## INTRODUCCIÓN

La volatilidad de precios, altibajos financieros, y el entorno económico y social son riesgos que usualmente enfrenta la actividad agrícola y que suelen administrarse a través de instrumentos financieros (Wang y Rehman, 2016). Por su parte, la variabilidad asociada a la composición y calidad de insumos, presencia de plagas y enfermedades, incendios, temporales adversos (en términos de agua o temperatura), o incluso la selección de un inadecuado régimen de cultivo, son algunos ejemplos de riesgos en la producción agrícola que suelen mitigarse con la mejora en la tecnología de producción (Fleisher, 1990; Wang y Rehman, 2016). No obstante, los riesgos originados por el entorno ambiental son los más comunes pero difíciles de mitigar, dado que no existen mecanismos fiables para modificar las condiciones climáticas o reducir sus variaciones (Rosenzweig et al., 2001). Las fluctuaciones de las variables climatológicas ocasionalmente resultan en eventos extremos, como excesos de humedad (tormentas tropicales, ciclones, huracanes, entre otros fenómenos), sequías o condiciones extremas de temperatura (heladas, frentes fríos, o altas temperaturas), que tienen el potencial para destruir los cultivos, o bien generar daños con repercusiones directas en el nivel y la calidad de la producción (Trenberth, 2006).

Las predicciones de la ocurrencia e impacto de eventos climatológicos extremos en la producción agrícola son complicadas, dado que ambas variables son fenómenos complejos, resultado de la interacción de muchas variables físicas, tecnológicas, sociales, económicas y culturales (Tirado, 2010). Tal predicción se hace más problemática en la medida que se amplía la variabilidad y complejidad de los sistemas agrícolas y se dificulta la obtención de información fiable y a la escala apropiada (Morton, 2007). Sin embargo, los intentos por identificar la susceptibilidad a este tipo de eventos son sumamente apreciados, dado que son útiles para la planeación de actividades de prevención y mitigación de daños (Schaffnit-Chatterjee et al., 2010).

La información y el entendimiento de la dinámica del clima y su efecto en cultivos agrícolas han mejorado en años recientes. Este avance es resultado del desarrollo de modelos predictivos y

estructurales más complejos (Steinhaeuser, 2011). Un caso particular es el entendimiento de eventos o procesos conocidos como Críticamente auto-organizados (CAO), referidos en la literatura anglosajona como *selforganized criticality*. Estos eventos corresponden a sistemas complejos, regularmente impulsados por energía y que alcanzan estados caracterizados por un comportamiento de escala constante, el cual regularmente se modela con una Ley de Poder (Marković y Gros, 2014). El ejemplo clásico de procesos de este tipo consiste en hacer una pila de granos de arena. La pila se mantiene estable en tanto no se forme una avalancha (evento). Una medida de la estabilidad de este sistema puede ser el número de granos apilados, el cual varía alrededor de un valor relativamente estable. Este número no depende únicamente de las características de los granos, sino también de otras condiciones del ambiente, así como de la persona que está formando la pila; sin embargo, su valor es marginalmente estable antes de que se forme la avalancha (Malamud y Turcotte, 1999). Otros ejemplos similares de procesos CAO se pueden encontrar en la literatura que aborda las relaciones entre el tamaño y la frecuencia de los desastres naturales (Kadanoff et al., 1989; Pelletier et al., 1997; Malamud y Turcotte, 1999) fenómenos climatológicos (Räsänen et al., 2018), el estudio de la complejidad ecológica (Wu y Marceau, 2002; Uhrin y Turner, 2018), y la estructura de los sistemas físicos y financieros (Mills y Markellos, 2008; Chave y Levin, 2004; Liu, 2019; Li et al., 2019), entre otros.

Algunos fenómenos meteorológicos y biológicos que afectan la siniestralidad de cultivos agrícolas se han modelado a través de procesos CAO. Por ejemplo, se ha comprobado que la distribución de las lluvias (medidas como el número de precipitaciones por año, o, el número y duración de sequías) mantiene una relación de Ley de Poder con la superficie afectada y siguen un comportamiento CAO (García-Marín et al., 2008; Peters et al., 2010; Bogachev y Bunde, 2012; Wang y Huang, 2012; Räsänen et al., 2018). De igual forma, los ciclos en el tamaño de las poblaciones de plagas y enfermedades dependen de los ciclos climáticos (Deutsch et al., 2018) y también siguen un comportamiento CAO (Johansen, 1994; Lockwood y Lockwood, 1997; Barton et al., 2019).

El presente trabajo presenta evidencia de que la superficie siniestrada de cultivos forrajeros en México muestra un comportamiento CAO. El trabajo se basa en los hallazgos de Torres-Rojo y Bahena-Gonzalez (2018), quienes demostraron la existencia de un comportamiento CAO en la superficie siniestrada que se siembra con granos. El presente trabajo extiende estos resultados para el grupo de cultivos forrajeros, usando un modelo más simple que facilita el desarrollo de otras aplicaciones. La utilidad del trabajo radica en que el modelo de escala constante permite definir un indicador de riesgo de pérdida de superficie cultivada con forrajes o extender el modelo para estimar la máxima superficie en riesgo de pérdida dado un nivel de confiabilidad.

La siguiente sección muestra el principio de comportamiento CAO, así como la metodología para probar la existencia de una relación de "Ley de Poder". La tercera sección muestra los resultados de las pruebas a nivel nacional y regional. La cuarta sección discute brevemente los resultados y presenta dos aplicaciones derivadas de la invariabilidad de la relación tamaño-frecuencia. Finalmente se presentan algunas conclusiones.

## MATERIALES Y MÉTODOS

La prueba usual para identificar si un proceso, sistema o grupo de eventos sigue un comportamiento CAO consiste en verificar que la distribución de probabilidades de la variable de interés (tamaño, área o duración) ajuste a un modelo de "Ley de poder", con un estimador del parámetro de escala dentro del rango de -1,4 a -1,65 (White et al., 2008; Clauset et al., 2009). La función de ajuste tiene la siguiente forma genérica:

$$f(x) \sim x^{\lambda} \quad \dots(1)$$

donde  $x$  es la variable que identifica el evento o proceso, en nuestro caso corresponde al área afectada (hectáreas siniestradas de forraje) dentro de una unidad territorial, mientras que  $\lambda$  es el parámetro de escala, y  $f(x)$  la función de densidad de probabilidad (fdp) de  $x$ , también conocida como función de escala (Clauset et al., 2009).

La prueba del parámetro de escala dentro de un rango esperado solo demuestra que el evento observable (superficie siniestrada) presenta una relación de "Ley de Poder". Sin embargo, un evento que muestra un comportamiento CAO invariablemente tiene una relación de "Ley de Poder"; no obstante, un proceso que sigue una "Ley de Poder" no necesariamente tiene un comportamiento CAO. Más aún, la relación de "Ley de Poder" puede no existir sobre un rango de valores

observables. Sin embargo, eso no implica que la "Ley de Poder" sea inexistente, ya que puede ser válida solo para un rango de valores, usualmente, aquellos relacionados con eventos extremos (Peters et al., 2010).

Por lo anterior, el presente trabajo sigue el procedimiento de prueba desarrollado por Torres-Rojo y Bahena-Gonzalez (2018). Este procedimiento no solo verifica que el parámetro de escala se encuentre dentro del rango esperado, sino también se prueban dos atributos de un comportamiento CAO, a saber, Universalidad (universality) y Proporcionalidad de Tamaño Finito (finite size scaling) (Bak et al., 1988).

La hipótesis de universalidad sugiere que los sistemas pertenecientes a la misma clase de universalidad comparten los mismos exponentes de escala y siguen funciones de escala equivalentes (Stanley, 1999). Una clase de universalidad está compuesta por eventos que comparten la misma dimensión fractal (Alstrøm et al., 1988), o están estrechamente relacionados (Stanley, 1999). La precipitación, la temperatura, la frecuencia de plagas o enfermedades evaluadas en una misma unidad de superficie, o incluso la superficie siniestrada en diferentes ciclos (Otoño-Invierno, Primavera-Verano) o cultivos, representan eventos de la misma clase de universalidad. Por ello, en el caso de que la superficie siniestrada exhiba una relación de "Ley de Poder", se espera que el parámetro de escala de diferentes ciclos agrícolas sea similar, independientemente de los causales de los siniestros (Peters et al., 2010).

La Proporcionalidad de Tamaño Finito surge de la teoría de fenómenos críticos en equilibrio y señala que un proceso, evento o sistema con una función y parámetro de escala definidos a través de una "Ley de Poder", conservan esa escala (magnitud del coeficiente de escala) independientemente del tamaño del sistema (Bak et al., 1988; Marković y Gros, 2014). Lo anterior implica que, si la superficie siniestrada a nivel nacional sigue una relación de "Ley de Poder", entonces la superficie siniestrada en cualquier estado de la República deberá seguir también una relación de "Ley de Poder" con un parámetro de escala de magnitud similar.

## Datos

La diferencia entre la superficie sembrada y la cosechada, reportadas en el Sistema de Información Agrícola y Pecuaria (SIAP) de México, representa una aproximación de la superficie siniestrada de forrajes. Estas estadísticas están disponibles a nivel estatal/municipal, por cultivo, ciclo agrícola (Otoño-Invierno, Primavera-Verano) y sistema de provisión de agua (Riego, Temporal). El presente análisis emplea la información

anual dentro del periodo 1980 a 2014.

La superficie agrícola por entidad es muy diferente. Por ello, los datos se agruparon en regiones de acuerdo a la división de zonas agrícolas (Fig. 1) delimitadas por Arroyo (1990). Esta regionalización fusiona regiones agrícolas y socioeconómicas manteniendo la división política a nivel estatal (FAO-SAGARPA, 2001), lo cual facilita el uso de la base del SIAP.

La clasificación de cultivos forrajeros de FAOS-TAT (FAO, 2018) se usó para construir el grupo de cultivos de nuestro análisis. Los cultivos considerados se enlistan en la Tabla 1.

Los forrajes representan el tercer grupo de cultivos cíclicos en México por su extensión y son de amplia importancia económica por su vinculación con el sector ganadero. Este grupo de cultivos representó, en promedio, el 6,1% de la superficie sembrada y el 5,0% del valor de la producción agrícola durante el periodo 1980-2014.

El análisis se realizó considerando los diferentes ciclos de producción (Primavera-Verano -PV- y Otoño-Invierno -OI-) y sistemas de provisión de agua (riego o temporal). La combinación de ciclos y sistemas de provisión de agua resulta en cuatro sistemas: PV-Riego, PV-Temporal, OI-Riego y OI-Temporal. Estos sistemas pueden considerarse sistemas de la misma clase de universalidad, dado que tienen la misma dimensión fractal (Peters et al., 2010), pero bajo condiciones diferentes y muy probablemente con causales de siniestralidad diferentes.

La superficie de forraje siniestrada no necesariamente representa el efecto de un evento climático extremo. Esta superficie puede estar vinculada a una variación extrema de precipitación (sequías o inundaciones) o de temperatura, así como al efecto de plagas y enfermedades, el uso de una tecnología de producción inapropiada, el entorno socioeconómico y político, o la gestión y manejo del predio en presencia o ausencia de eventos externos. Ello implica que el fenómeno observado (superficie de forraje siniestrada) aglutina a todas las posibles causas de siniestralidad de las hectáreas sembradas. Sin embargo, se sabe que la siniestralidad en cultivos agrícolas es mayormente afectada por la presencia de fenómenos meteorológicos extremos. El Fondo Nacional para Desastres Naturales (FONDEN) indica que las principales causas de pérdidas agrícolas durante el periodo 1995-2008 fueron: sequías 75,8%, exceso de lluvia (huracanes, lluvias torrenciales e inundaciones) 20,6%, heladas 1,9%, granizo 1,2% y vientos severos 0,3%. Las pérdidas ocasionadas por plagas, enfermedades u originadas por el hombre muestran un peso relativo mucho menor (Banco Mundial y SHCP, 2012).

#### Función de escala

La prueba de que  $f(x)$  sigue una "Ley de Poder" se ha realizado con varias funciones de densidad (White et al., 2008), así como diferentes metodologías de ajuste (Clauset et al., 2009; Li et al., 2019). No obstante, la mayoría de las pruebas se

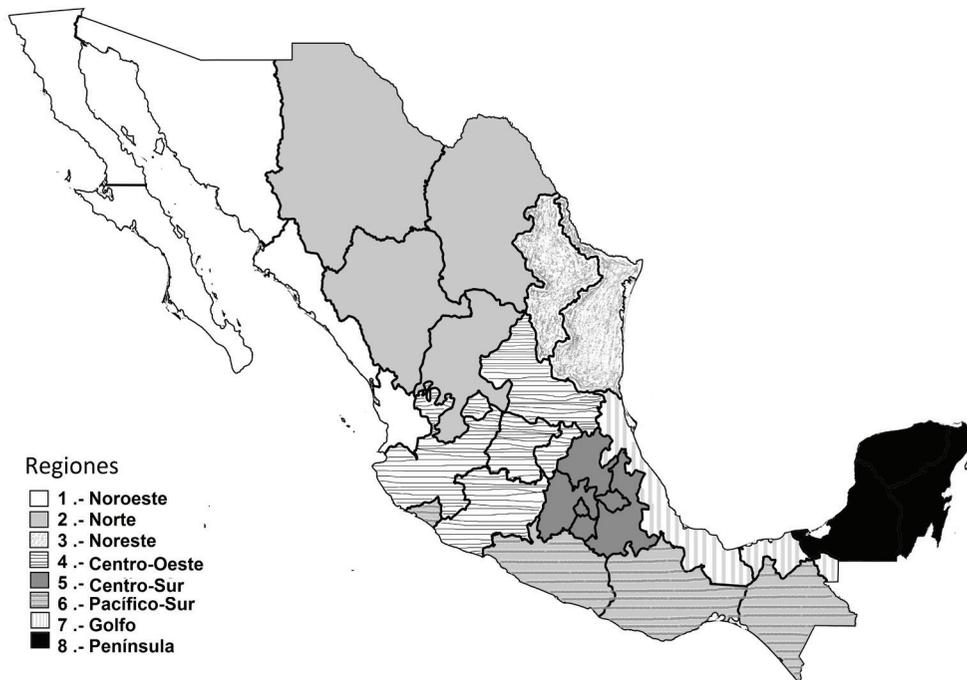


Fig. 1. Regiones agrícolas en México (Arroyo, 1990)

Fig. 1. Agricultural areas of Mexico (Arroyo, 1990)

han realizado con base en el modelo Pareto en sus diferentes versiones, incluyendo aquellas truncadas, discretas o normalizadas, dependiendo de las características de la información (Clauset et al., 2009; Liu, 2019). Otros autores han usado distribuciones de “cola pesada” pero más flexibles que el modelo Pareto, tales como los modelos Lognormal, Cauchy o Weibull (Marković y Gros, 2014, Torres-Rojo y Bahena-Gonzalez, 2018). El presente análisis emplea el modelo Pareto típico, cuya función de distribución tiene la siguiente forma:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \theta^{-(\lambda+1)} x^{\lambda+1} & \forall \theta \leq x < \infty; \\ 0 & \lambda < -1; \theta > 0 \\ & \text{de otra forma} \dots(2) \end{cases}$$

donde  $\theta$  y  $\lambda$  son parámetros de la función.

El procedimiento de ajuste siguió el método tradicional con las siguientes etapas: Primera, se obtiene la función de distribución empírica  $[\tilde{F}(x)]$  del observable (hectáreas siniestradas). Esta distribución se aproximó con el estimador Kaplan-Meier<sup>1</sup>. Segunda, la distribución empírica se ajusta a la función de distribución con el modelo Pareto (White et al., 2008). Para ello se usó el método de cuadrados mínimos no lineales del software Stata 15 (StataCorp, 2017), que utiliza la derivación de Davidson y MacKinnon (2004) para aproximar la solución. Tercera, se comprueba si el modelo hipotético es el más apropiado para ajustar los datos observados. Para ello se usó la prueba Kolmogorov-Smirnov (KS), que usa el estadístico  $D_{max} = \sup_x |\tilde{F}(x) - \hat{F}(x)|$ , donde  $\hat{F}(x)$  corresponde a la función de distribu-

ción predicha bajo el supuesto de que el modelo Pareto es el correcto.

Los estudios empíricos muestran que la distribución de “Ley de Poder” no aplica sobre todo el rango de observaciones, particularmente cuando la dimensión fractal del evento observable es de 2 (e.g., la superficie siniestrada). Ello se debe a que la cola inferior de la distribución contiene una alta frecuencia de eventos muy pequeños (Newman, 2005; Clauset et al., 2009). Por tanto, la relación de “Ley de Poder” solo aplica a valores mayores a un mínimo,  $x_{min}$ , en virtud de que los valores medianos y grandes son los que inducen esta relación (Clauset et al., 2009).

Por lo anterior, se realizó una simulación de diferentes magnitudes de truncamiento de la distribución original de observables, con el propósito de identificar el valor más apropiado de  $x_{min}$ . El criterio de selección de  $x_{min}$  es el valor del truncamiento a partir del cual se observa una convergencia del estadístico Kolmogorov-Smirnov ( $D_{max}$ ).

## RESULTADOS

### Estimación de $x_{min}$

La Fig. 2 muestra la dispersión de los valores de  $\log[1 - F(x)]$  vs  $\log(x)$  correspondientes a la linealización de la función de distribución Pareto (modelo 2) para los cuatro sistemas de producción de forraje. La dispersión muestra alto paralelismo en los cuatro sistemas y resaltan la similitud de la pendiente de todas las trayectorias en valores medianos y altos de  $\log(x)$ . El sistema PV-Temporal muestra una pendiente ligeramen-

**Tabla 1. Cultivos incluidos en el estudio.**

**Table 1. Crops included in the study.**

Nombre común	Nombre científico	Nombre común	Nombre científico
Alfalfa verde	<i>Medicago sativa</i>	Maíz amarillo	<i>Zea mays</i>
Avena	<i>Avena sativa</i>	Maralfalfa	<i>Pennisetum purpureum</i>
Canola	<i>Brassica napus</i>	Mijo	<i>Panicum miliaceum</i>
Cártamo	<i>Carthamus tinctorius</i>	Nabo	<i>Brassica rapa</i>
Cebada	<i>Hordeum vulgare</i>	Pasto Ryegrass	<i>Lolium perenne</i>
Centeno	<i>Secale cereale</i>	Remolacha	<i>Beta vulgaris</i>
Col	<i>Brassica oleracea var. capitata</i>	Sorgo	<i>Sorghum</i>
Ebo	<i>Vicia sativa</i>	Trigo	<i>Triticum</i>
Garbanzo	<i>Cicer arietinum</i>	Triticale	<i>Triticosecale</i>
Girasol	<i>Helianthus annuus</i>	Yuca	<i>Manihot esculenta</i>

\*En aquellos cultivos empleados para consumo humano, se consideraron solamente las variedades denominadas forrajeras.

<sup>1</sup> Se emplea el estimador propuesto por Law y Kelton (1982), cuya aproximación a la distribución empírica de  $n$  observaciones es la proporción de  $x_j$ 's que es menor o igual a  $x$ , dado por  $\tilde{F}(x_{(i)}) = \frac{i-0.5}{n}$  donde  $x_{(i)}$  es la  $i$ -ésima observación ordenada de  $n$ ,  $x_j$ 's observaciones.

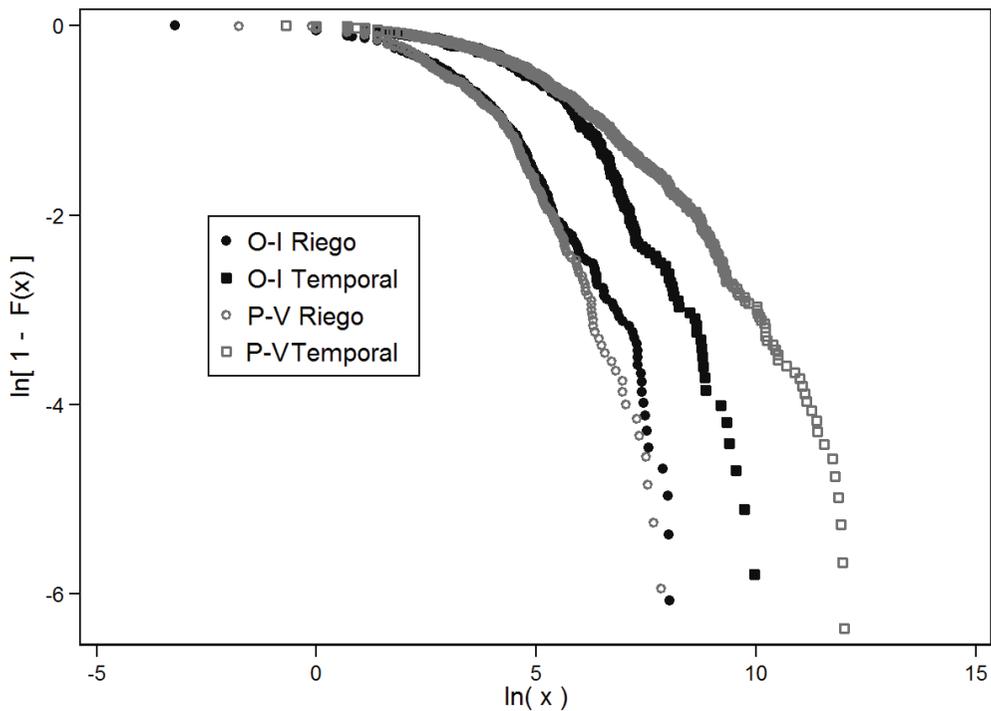


Fig. 2. Diagrama de dispersión  $\log[1 - F(x)]$  vs  $\log(x)$  por sistema agrícola.  
 Fig. 2. Dispersion diagram  $\log[1 - F(x)]$  vs  $\log(x)$  per agricultural systems.

te menor (en términos absolutos) que los demás sistemas.

La Fig. 2 muestra una relación no lineal para eventos pequeños y lineal para eventos medianos y grandes. Tal tendencia justifica el uso de un estimador de  $x_{min}$  para ajustar el rango de datos más apropiado para una relación de "Ley de Poder".

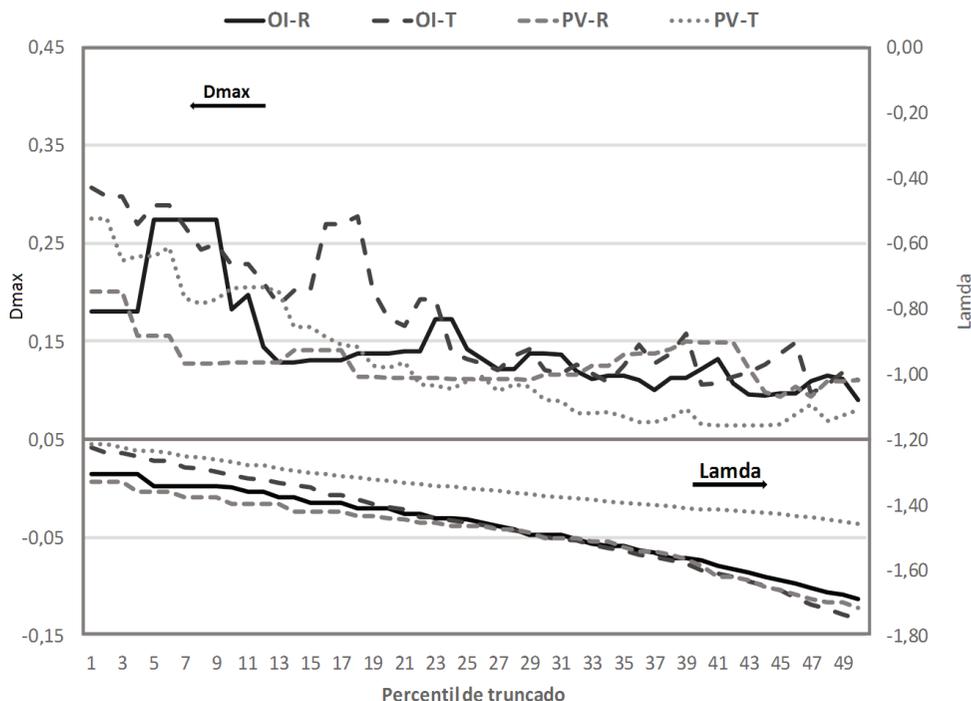
La Fig. 3 muestra la tendencia del estimador del parámetro de escala,  $\lambda$ , y del estadístico  $D_{max}$  para diferentes valores de truncamiento en todos los sistemas. Observe que el valor absoluto de  $\lambda$  es menor para valores de truncamiento pequeños ( $x_{min}$ ). Este valor aumenta y se acerca al valor esperado a medida que se amplía el truncamiento. Contrariamente, los valores de  $D_{max}$  son altos y sin significancia estadística (i.e., pobre ajuste del modelo Pareto) para truncamientos pequeños, y disminuyen y se hacen estadísticamente significativos para truncamientos mayores.

La Fig. 3 también muestra que el inicio de la convergencia de los valores de  $D_{max}$  del sistema PV-Temporal sucede con un truncamiento entre el Percentil 30 y el 35, mientras que en los demás sistemas el truncamiento se verifica entre los percentiles 20 y 25. Ello sugiere que las observaciones del sistema PV-Temporal presentan una mayor frecuencia de valores proporcionalmente menores que hace necesario un mayor trunca-

miento para identificar la relación de "Ley de Poder". Debe resaltarse que el valor de  $\lambda$  tiene un rango de variación entre -1,2 y -1,8. Sin embargo, la convergencia de  $D_{max}$  está ligada a valores de  $\lambda$  entre -1,5 y -1,7, esto es, valores dentro del rango esperado.

La convergencia de  $\lambda$  a valores dentro del rango esperado, así como la convergencia del estadístico  $D_{max}$  en valores más pequeños (que denotan mejores ajustes), evidencian la validez de la hipótesis de un comportamiento de "Ley de Poder" para la superficie siniestrada de cultivos forrajeros.

La Tabla 2 presenta los resultados de ajuste al modelo Pareto para cada sistema, con base en el criterio de selección de  $x_{min}$ . Los valores de  $D_{max}$  en los sistemas de temporal muestran convergencia para truncamientos superiores al percentil 25. Por el contrario, el  $D_{max}$  en sistemas bajo riego converge sin necesidad de trincar valores pequeños. Estas diferencias no son más que el reflejo de la escala de la superficie siniestrada en temporal vs riego, ya que en ambos casos los valores representan el truncamiento en el rango de percentil 25-35. Otro resultado de interés es que todos los sistemas muestran valores de  $\lambda$  entre -1,55 y -1,42, esto es, dentro del rango esperado de valores.



**Fig. 3. Valores para  $D_{max}$  y  $\lambda$  obtenidos mediante simulación para diferentes valores de  $x_{min}$ .**  
**Fig. 3. Values for  $D_{max}$  and  $\lambda$  obtained by simulation for different values of  $x_{min}$ .**

**Relación Tamaño-Frecuencia de la superficie siniestra en cultivo de forrajes por Sistema**

Los resultados de los ajustes mostrados en la Tabla 2 son adecuados para los cuatro sistemas (OI-Riego, OI-Temporal, PV-Riego y PV-Temporal). Esta afirmación no solo considera los valores del estadístico  $R^2$ -ajustada y la significancia estadística de cada uno de los estimadores, sino también la bondad de ajuste de la distribución empírica al modelo Pareto (estadístico  $D_{max}$  de la prueba KS). Por tanto, estos resultados confirman que la función de distribución de la superficie siniestrada de cultivos forrajeros para cada uno de los sistemas sigue la “Ley de Poder” postulada.

El intervalo de valores de  $\lambda$  obtenidos al ajustar los cuatro sistemas incluye valores obtenidos por otros autores. Peters y Christensen (2002) estimaron un parámetro  $\lambda$  de -1,4 para la distribución de lluvia con un modelo Pareto; Peters y Neelin (2006) estimaron una  $\lambda$  de -1,3 para los periodos y áreas afectadas por sequías; Torres y Bahena (2018) estimaron un coeficiente de  $\lambda$  entre -1,4 y -1,66 para la superficie siniestrada de granos con un modelo Weibull.

La hipótesis de universalidad (Kadanoff, 1989), atributo importante de un modelo de comportamiento CAO, señala que los sistemas de la misma clase comparten el mismo parámetro de escala (Stanley, 1999). Esto sugiere que los esti-

madores de  $\lambda$  de cada uno de los sistemas evaluados deben ser estadísticamente similares. La Fig. 4 muestra la distribución de los estimadores de  $\lambda$  de cada sistema. Observe que todos los sistemas a excepción del PV-Temporal son estadísticamente similares, lo cual confirma que los sistemas de producción de forrajes se ajustan a la hipótesis de universalidad.

El estimador de  $\lambda$  para el sistema PV-Temporal es estadísticamente diferente de los otros sistemas, aunque similar al definido por Torres y Bahena (2018) para el caso de la producción PV-Temporal de granos. Este resultado sugiere que el sistema PV-Temporal, aunque tiene un valor cercano al valor esperado, podría pertenecer a otra clase de universalidad. Sin embargo, esta afirmación no es del todo cierta en virtud de: 1) la estimación se basa en una muestra, la cual puede resultar insuficiente para aproximar el modelo de Ley de Poder esperado; 2) El sistema PV-Temporal consistentemente mostró una mayor frecuencia de observaciones pequeñas (e.g., truncamiento en valores altos), comportamiento que podría estar relacionado con la menor frecuencia de observaciones de mayor magnitud, las cuales, como se ha señalado, inducen el comportamiento de “Ley de Poder”.

La Tabla 3 muestra los resultados de la estimación del modelo Pareto para cada una de las

Tabla 2. Estadísticas para el mejor ajuste del modelo de Pareto por sistema.  
Table 2. Statistics for the best fit of the Pareto model per system.

Sistema	Percentil truncado	N muestra	Dmax †	Lamda	Const	R2 adj
Otoño-Invierno	37	281	0,0998 ***	-1,5473 ***	22,6145 ***	0,9924
Otoño-Invierno	34	227	0,1078 ***	-1,5323 ***	116,8188 ***	0,9888
Primavera-Verano	29	278	0,1105 ***	-1,4855 ***	13,6557 ***	0,9869
Primavera-Verano	44	341	0,0638 **	-1,4262 ***	206,2010 ***	0,9969

† El valor crítico para el estadístico Dmax se obtiene de Massey Jr (1951). \*\*\*Pr( $\alpha$ )  $\leq$  0,01; \*\*Pr( $\alpha$ )  $\leq$  0,05; \*Pr( $\alpha$ )  $\leq$  0,1.

regiones definidas en la sección 2. La estimación no se realizó, o fue muy débil, en las regiones 7 (Golfo) y 8 (Península), así como en la región 6 (Pacífico Sur) del sistema OI-Temporal, debido al reducido número de observaciones. Sin embargo, el ajuste al modelo Pareto resultó adecuado en el resto de las regiones en todos los sistemas, a juzgar por la R<sup>2</sup>-ajustada, el bajo error estándar de los estimadores y el estadístico de bondad de ajuste Dmax.

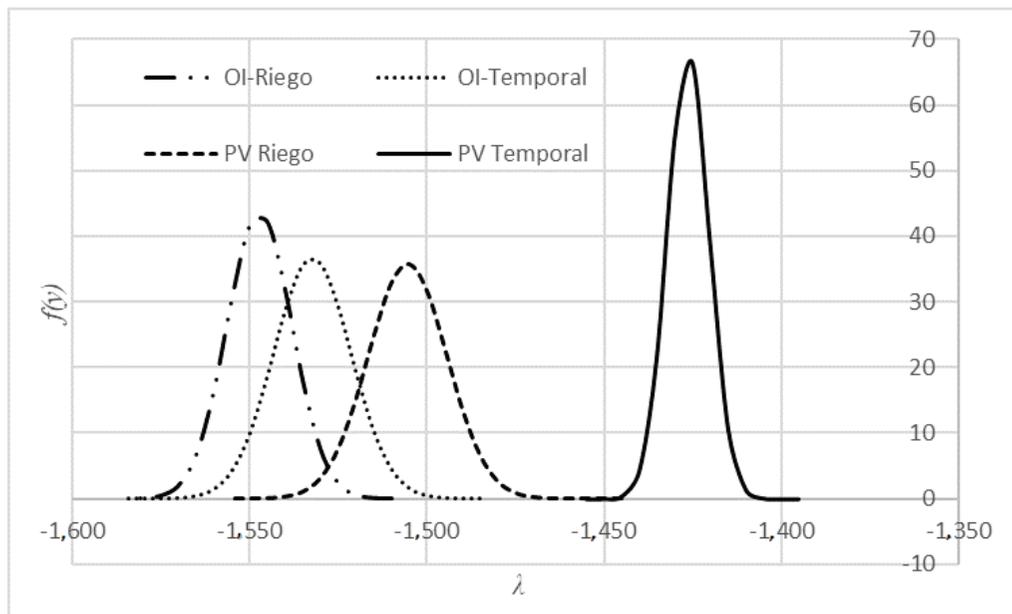
La última columna de la Tabla 3 muestra el valor del estadístico T para la prueba de diferencia de medias entre el estimador de  $\lambda$  a nivel regional

y el de nivel nacional (Tabla 2). Observe que el estimador de  $\lambda$  regional es estadísticamente diferente al estimador de  $\lambda$  nacional (Tabla 2) para todas las regiones y en todos los sistemas. Por tanto, el resultado sugiere que la hipótesis de proporcionalidad de tamaño finito (finite-size scaling) no se cumple. Incluso, se puede señalar que no todos los exponentes de escala regionales dentro de cada sistema son estadísticamente similares. Considere por ejemplo el exponente de escala de las regiones del sistema OI-Riego. Observe que el exponente de la región 1 es estadísticamente similar al de la región 4, pero estadísticamente diferente de aquellos en las regiones 2, 3, 5 y 6.

Estas diferencias en los estimadores de los exponentes de escala dentro de los subsistemas regionales y con respecto al sistema nacional también pueden atribuirse a la mala calidad de los datos, al reducido tamaño de la muestra, y en particular, a la ausencia de valores extremos a lo largo del periodo de observación, los cuales, como se ha señalado, tienen gran influencia en delinear las características de la Ley de Poder. Para ejemplificar el efecto de estas fuentes de variación, observe el sistema PV-Riego (Tabla 3). Las  $\lambda$ 's de las regiones 6 y 3 tienen dos atributos en común, sus valores son estadísticamente inferiores a aquellos de las demás regiones dentro del mismo sistema, y sus valores están asociadas a la estimación con un tamaño de muestra más bajo que el resto de las estimaciones. El primer atributo sugiere la ausencia relativa de valores extremos en la muestra. En contraste, la  $\lambda$  de la región 2 se estimó con una muestra más grande, lo que resultó en mayor variación en la estimación de la Ley de Poder (Dmax alto) y un valor más grande para el estimador.

Lo anterior sugiere que la comparación del exponente de escala entre un subsistema regional y el sistema nacional a través del estadístico T podría resultar limitado para probar la hipótesis de proporcionalidad de tamaño finito, particularmente por la amplia diferencia en los tamaños de muestra de cada estimador y la disparidad de valores extremos presentes en las muestras regionales. La Fig. 5 muestra cuatro distribuciones regionales y la distribución nacional de los estimadores del parámetro de escala  $\lambda$  para el sistema PV-Temporal. Si bien existen diferencias estadísticamente significativas entre los estimadores puntuales, las distribuciones de los estimadores regionales se aglutinan alrededor del estimador nacional. Esta particularidad de las distribuciones ilustra cierta convergencia alrededor del estimador nacional, la cual no se detecta en las pruebas pareadas.

La Tabla 4 muestra el intervalo de confianza definido por los estimadores regionales calculado



**Fig. 4. Distribución de estimadores de  $\lambda$  para los 4 sistemas analizados.**

**Fig. 4. Distribution of the estimates of  $\lambda$  for the 4 systems analyzed.**

a partir de los estimadores puntuales de cada región. Observe que el intervalo de confianza incluye al estimador de  $\lambda$  a nivel nacional en todos los sistemas. Si bien este resultado no corresponde a lo señalado por la hipótesis de proporcionalidad de tamaño finito, si muestra que los estimadores regionales de  $\lambda$  convergen al valor de  $\lambda$  nacional. Esto es, existe una probabilidad diferente de cero de que las  $\lambda$ 's regionales sean estadísticamente similares a la  $\lambda$  nacional al mejorar las características de las muestras regionales.

Estos resultados sugieren que la “superficie de forrajes siniestrada a lo largo de un año” cumple la hipótesis de proporcionalidad de tamaño finito (finite-size scaling) al considerar la distribución de las  $\lambda$  regionales. En consecuencia, la superficie de forrajes siniestrada no solo muestra una relación de Ley de Poder con un valor de  $\lambda$  cercano al valor esperado, sino también es un evento que sigue un comportamiento CAO, dado que exhibe dos atributos importantes: universalidad y proporcionalidad de tamaño finito.

Este atributo del área de cultivos forrajeros anualmente siniestrada es independiente de la causal, ya sea externa (fenómeno meteorológico, condición de mercado, entorno político institucional, por citar algunos) o interna (tecnología agropecuaria, gestión y manejo del suelo agrícola), y tiene como principal característica la invariabilidad del parámetro de escala. Como se muestra a continuación, este atributo permite generar índices de riesgo de la superficie sinies-

trada, los cuales son de gran utilidad para los tomadores de decisiones, quienes requieren de esta información para identificar adaptabilidad de cultivos, poblaciones vulnerables, o simplemente para planear presupuestos e infraestructura, o bien, implementar mecanismos de prevención, manejo de emergencias y adaptación, ante eventuales eventos externos en una unidad territorial.

## DISCUSION

El resultado relevante de las pruebas anteriores es que la superficie siniestrada con cultivo de forrajes muestra una relación de “Ley de Poder” con un modelo Pareto. El modelo muestra una  $\lambda$  estadísticamente invariable en todos los sistemas de la misma clase de universalidad y a diferentes escalas. Este atributo tiene dos aplicaciones importantes: 1) la determinación de un índice de riesgo de la superficie siniestrada de forrajes, y 2) la estimación de la superficie en riesgo de siniestro extremo. Ambas aplicaciones se muestran a continuación.

### Índice de riesgo de superficie siniestrada de forrajes

Considere la función de distribución Pareto (modelo 2). La linealización de este modelo resulta en la siguiente relación:

$$\log[1 - F(x)] = \log[\theta^{-(\lambda+1)}] + (\lambda + 1) \log(x) \quad \dots(3)$$

Tabla 3. Estadísticas del mejor ajuste al modelo de Pareto por región y sistema.  
 Table 3. Statistics of the best fit of the Pareto model per region and system.

Sistema	Región	Percentil truncado	muestra	Dmax	$\lambda$	Err. estándar $\lambda$	$\alpha$	Err. estándar $\alpha$	R <sup>2</sup> ajustada	Diferencia con $\lambda$ nacional	
Riego	1	18	76	0,0791 ***	-1,4343	0,009	6,500	0,133	0,995	1797,75 ***	
	2	24	66	0,1073 ***	-1,6232	0,022	49,428	1,706	0,991	-810,12 ***	
	3	18	37	0,1388 ***	-1,6475	0,038	19,009	0,859	0,982	-654,93 ***	
	4	21	94	0,1060 ***	-1,4216	0,012	11,356	0,319	0,989	2067,87 ***	
	5	33	37	0,0860 ***	-1,6786	0,023	17,591	0,297	0,996	-1151,64 ***	
	6	24	28	0,1287 ***	-1,5315	0,034	3,235	0,262	0,986	105,09 ***	
Otoño				Sin datos suficientes para la estimación n total = 2							
				Sin datos suficientes para la estimación n total = 1							
Invierno	1	40	48	0,0677 ***	-1,4795	0,010	134,988	2,226	0,997	507,87 ***	
	2	24	55	0,1565 *	-1,6113	0,029	110,282	3,576	0,979	-546,44 ***	
	3	28	39	0,1376 ***	-1,5669	0,027	90,274	2,831	0,986	-225,89 ***	
	4	24	88	0,1313 **	-1,4181	0,017	87,283	4,788	0,977	1231,42 ***	
	5	13	27	0,1081 ***	-1,4371	0,022	40,526	1,611	0,992	592,41 ***	
	6				Sin datos suficientes para la estimación n total = 5						
	7				Sin datos suficientes para la estimación n total = 7						
	8				Sin datos suficientes para la estimación n total = 0						
Primavera	1	20	65	0,1037 ***	-1,4295	0,017	9,869	0,455	0,987	824,43 ***	
	2	21	80	0,1572 **	-1,4574	0,022	23,903	1,468	0,975	502,71 ***	
	3	17	29	0,1613 ***	-1,7002	0,058	34,746	2,065	0,974	-846,03 ***	
	4	24	64	0,0836 ***	-1,5776	0,015	11,575	0,202	0,994	-797,29 ***	
	5	36	42	0,0491 ***	-1,5435	0,010	7,797	0,139	0,998	-369,82 ***	
	6	11	17	0,0969 ***	-1,6125	0,035	3,822	0,143	0,993	-538,50 ***	
	7				Sin datos suficientes para la estimación n total = 6						
	8				Sin datos suficientes para la estimación n total = 3						
Verano	1	28	55	0,1106 ***	-1,4791	0,023	56,825	3,359	0,983	-707,62 ***	
	2	30	95	0,0745 ***	-1,4557	0,008	728,109	10,884	0,997	-837,05 ***	
	3	20	48	0,1043 ***	-1,4319	0,021	47,805	2,544	0,988	-78,52 ***	
	4	48	84	0,1113 ***	-1,4648	0,012	587,753	15,606	0,992	-858,95 ***	
	5	16	88	0,1160 ***	-1,4167	0,011	26,578	0,604	0,992	229,37 ***	
	6	20	37	0,1642 ***	-1,4719	0,031	9,428	0,525	0,974	-458,85 ***	
	7	15	17	0,2386 ***	-1,4937	0,046	29,253	3,873	0,946	-449,62 ***	
	8				Sin datos suficientes para la estimación n total = 1						

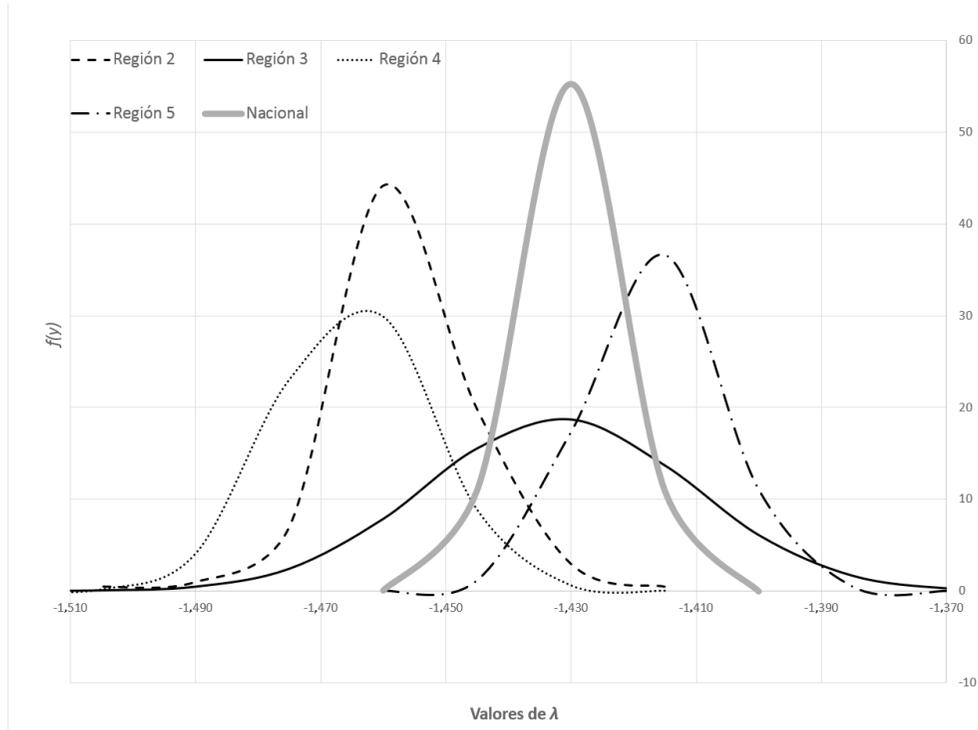
† Los valores críticos del estadístico K-S fueron obtenidos de Massey (1951).

†† Los valores t para la prueba de hipótesis  $H_0: \lambda = \lambda_N$  donde  $\lambda_N$  es el exponente de la distribución a nivel nacional.

\*\*\*Pr ( $\alpha$ )  $\leq$  0,01; \*\* Pr  $\alpha \leq$  0,05; \* Pr  $\alpha \leq$  0,1.

**Tabla 4. Intervalo de confianza de  $\lambda$  regionales vs  $\lambda$  nacional.**  
**Table 4. Confidence interval of regional  $\lambda$  vs national  $\lambda$ .**

Estadístico		OI-Riego	OI-Temporal	PV-Riego	PV-Temporal
Promedio regional		-1,532	-1,503	-1,553	-1,459
Desv. est. regional		0,111	0,084	0,100	0,027
Muestra		6	5	6	7
Intervalo de confianza	Límite inf.	-1,816	-1,734	-1,811	-1,525
	Límite sup.	-1,247	-1,271	-1,296	-1,394
Estimador nacional		-1,547	-1,532	-1,506	-1,426



**Fig. 5. Distribuciones de cuatro estimadores regionales de  $\lambda$  vs distribución de  $\lambda$  nacional.**  
**Fig. 5. Distributions of four regional estimates of  $\lambda$  vs distribution of national  $\lambda$ .**

Observe que la pendiente  $(\lambda+1)$  es constante en todos los sistemas de la misma clase de universalidad y a todas las escalas, cualidad resultante de que la superficie siniestrada es un proceso con comportamiento CAO. No obstante, el intercepto  $\{\log[\theta_i^{-(\lambda+1)}]\}$  es un atributo particular para cada sistema y región dentro de cada sistema. Por tanto, la relación (3), para diferentes unidades geográficas se puede representar a través de líneas paralelas con interceptos variables, denotados por  $\{\log[\theta_i^{-(\lambda+1)}]\}$  y pendiente constante  $(\lambda+1)$ . Por tanto, el modelo (3) para la *i*-ésima unidad territorial tiene la siguiente forma:

$$\log[1 - F(x)] = \log[\theta_i^{-(\lambda+1)}] + (\lambda + 1) \log(x) \quad \dots(4)$$

Ahora asuma que se define una unidad geográfica como referencia. Esta línea de referencia puede ser aquella con el intercepto más grande, o bien aquella con el intercepto cercano al valor promedio de todos los interceptos, el cual se denotará como  $\theta_R$ . El modelo de esta línea de referencia tiene la siguiente expresión:

$$\log[1 - F(x)] = \log[\theta_i^{-(\lambda+1)}] + (\lambda + 1) \log(x) \quad \dots(5)$$

La diferencia entre interceptos puede servir como un indicador de mayor o menor probabilidad de ocurrencia de superficie siniestrada  $\{\log[Pr\{x \geq 0\}]\}$ . Sin embargo, un indicador relativo a la línea de referencia y a un tamaño de

sinistro diferente de cero resulta más práctico y factible a través de una diferencia algebraica. Para ello se define un tamaño estándar de evento,  $x_B$ , de forma tal que el valor del  $\log[\Pr[x \geq x_B]]$  para la unidad geográfica de referencia se puede calcular como:

$$\log[1 - F(x_B)] = \log[\theta_R^{-(\lambda+1)}] + (\lambda + 1)\log(x_B) \dots(6)$$

El cambio de escala se realiza sustituyendo el intercepto de cada unidad geográfica  $\{\log[\theta_i^{-(\lambda+1)}]\}$  por su equivalente  $[\log[1 - F(x)] - (\lambda + 1)\log(x)]$  en el intercepto de (6), lo que resulta en la siguiente expresión:

$$\log[1 - F(x_B)] = \log[1 - F(x)] + (\lambda + 1)[\log(x_B) - \log(x)] \dots(7)$$

Esta relación muestra el  $\log[\Pr[x \geq x_B]]$  para la  $i$ -ésima unidad geográfica con base a la línea de referencia y para un tamaño estándar de evento. La relación se puede expresar como probabilidad de la siguiente forma:

$$1 - F(x_B) = \Pr(X \geq x_B) = [1 - F(x)] \left[\frac{x_B}{x}\right]^{(\lambda+1)} \dots(8)$$

La Fig. 6 muestra  $\Pr(X \geq 150)$  para las diferentes regiones de los cuatro sistemas. La estimación

de la probabilidad se realizó con un valor de  $\lambda = -1,503$ , valor que corresponde al promedio de las  $\lambda$ 's de cada sistema (Tabla 2).

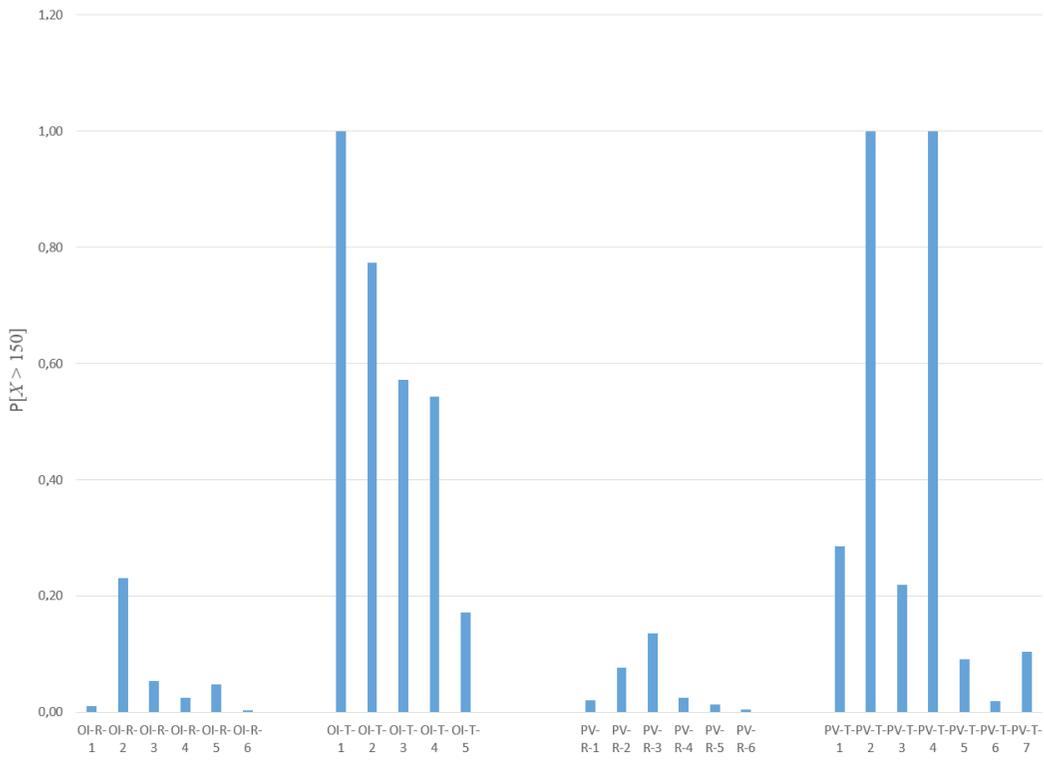
Observe que la  $\Pr(X \geq x_B)$  es por sí sola una estimación de riesgo de ocurrencia de un siniestro mayor a  $Y_B$ . Aún más, la probabilidad es comparable entre unidades geográficas y con referencia a un tamaño.

**Superficie en riesgo de siniestro extremo**

La  $\Pr(X \geq x)$  para la  $i$ -ésima unidad geográfica puede reescribirse a partir de la función de distribución Pareto (2) como sigue:

$$1 - F(x) = \Pr(X \geq x) = \theta_i^{-(\lambda+1)} x^{(\lambda+1)} = P_m \dots(9)$$

donde  $\theta_i$  es un parámetro particular para cada unidad geográfica, mientras que se considera invariable dado que el evento es un evento con comportamiento CAO. Asuma que  $\lambda$  se fija a un valor  $P_m$ , valor que representa la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos, dado que corresponde a la probabilidad de ocurrencia de eventos en la cola superior. Al despejar  $x$  de (9), el valor corresponde a la superficie en riesgo de siniestro extremo con un nivel de probabilidad  $P_m$  para los cultivos de forrajes en la  $i$ -ésima unidad territorial.



**Fig. 6. Pr(X ≥ 150) para las diferentes regiones de los cuatro sistemas.**  
**Fig. 6. Pr(X ≥ 150) for the different regions of the four systems.**

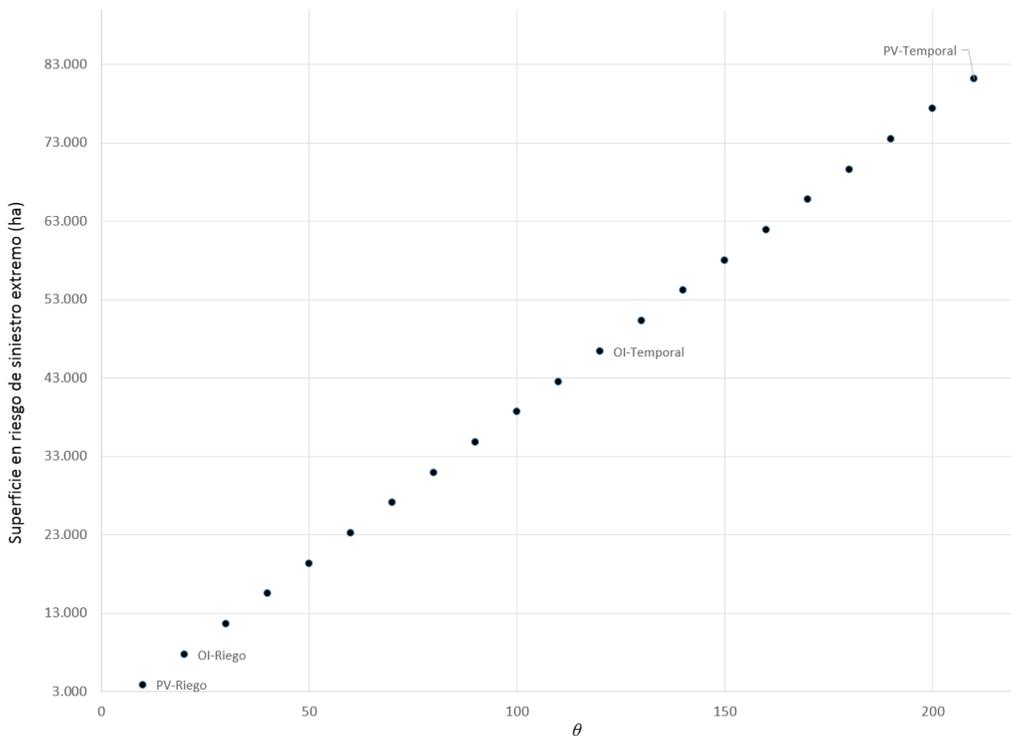
Observe que la superficie en riesgo de siniestro extremo está determinada exclusivamente por  $\theta_i$  y el nivel de probabilidad,  $P_m$ , seleccionado, debido a la invariabilidad de  $\lambda$ . En consecuencia,  $x_m$  se puede estimar exclusivamente como una función de  $\theta$ , como se muestra a continuación:

$$x_m = (P_m)^{\frac{1}{(1+\lambda)}} \theta$$

El valor de  $x_m$  puede ser un estimador de interés en la planificación de actividades de prevención de eventos extremos, dado que permite identificar las unidades territoriales de mayor pérdida de superficie sembrada con forrajes. Incluso, si se expresa en términos de la superficie sembrada, representa la máxima proporción de superficie sembrada que se espera sea siniestrada dado un nivel de probabilidad. Por esta razón,  $x_m$  puede aproximar la superficie máxima a cubrir con seguros catastróficos en una unidad territorial, estimación útil para valuar de manera más eficiente los montos de las primas asociadas a estos seguros. La Fig. 7 muestra la trayectoria de la superficie máxima siniestrada con una  $P_m = 0,05$ , como función de  $\theta$ , resaltando la ubicación de los sistemas de producción nacionales.

Al dividir  $x_m$  entre la superficie sembrada se puede obtener un estimador de la máxima proporción de la superficie sembrada que puede ser siniestrada en el caso de presentarse un evento extremo con una probabilidad del 5% o un periodo de retorno de 20 años<sup>2</sup>. La Fig. 8 muestra estas proporciones para las regiones de mayor producción de forrajes en el sistema OI-Temporal y considerando la superficie promedio sembrada en el periodo 1980-2014 para cada región. En esta figura no se han incluido las regiones Pacífico-Sur, Golfo y Península, dado que son regiones donde el cultivo de forrajes es muy esporádico y con una alta siniestralidad, por lo que la proporción de superficie con riesgo de siniestro en un periodo de retorno de 20 años es 100%. Observe que esta proporción por si sola puede ser otro indicador de riesgo de siniestralidad de cultivos forrajeros.

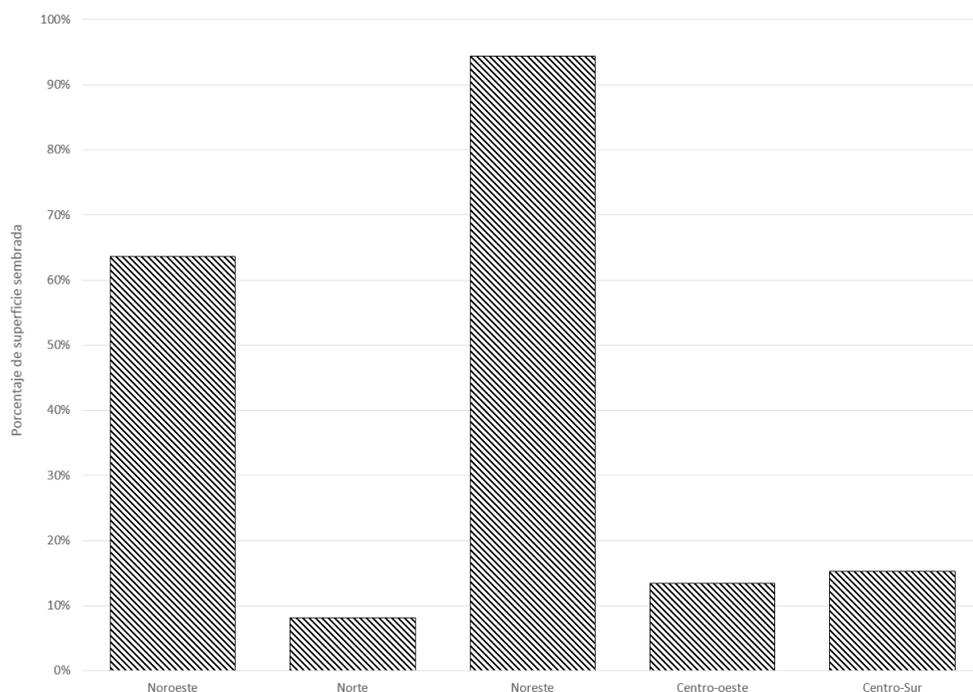
Las aplicaciones arriba presentadas, muestran que el modelaje del proceso CAO a través del modelo Pareto es muy simple y tiene varias ventajas y aplicaciones. Sin embargo, el modelo muestra limitantes como: i) la falta de un mecanismo para identificar una dinámica inter temporal, o; ii) la



**Fig. 7. Superficie en cultivo de forrajes en riesgo de siniestro extremo como función del parámetro de localización  $\theta$ .**

**Fig. 7. Forage crop area at risk of extreme loss as a function of the location parameter  $\theta$ .**

<sup>2</sup> El periodo de retorno ( $PR$ ) se define como:  $PR = \frac{1}{1-F(y)}$ , por lo que una cola superior del 5% define un  $PR = 20$  años



**Fig. 8. Máximo porcentaje de la superficie sembrada con forrajes en riesgo de siniestro durante eventos extremos con probabilidad del 5%.**

**Fig. 8. Maximum percentage of forage crop area at risk of loss during extreme events with probability 5%.**

imposibilidad de explorar el efecto de variables específicas sobre la superficie siniestrada, por ejemplo, aquellas relacionadas con instrumentos de política pública que puedan reducir el nivel de vulnerabilidad de una unidad territorial. Lo anterior muestra la necesidad de mayor investigación sobre este tipo de modelos para reducir algunas de sus desventajas y a la vez conservar su simplicidad y atributos.

## CONCLUSIONES

El presente estudio ha demostrado que el área siniestrada anualmente de cultivos forrajeros, independientemente de la causal (interna o externa a la gestión y manejo del predio), sigue una relación de "Ley de Poder" con parámetro de escala constante, para cada uno de los ciclos de cultivo y sistemas de suministro de agua. Esta relación puede considerarse resultado de un comportamiento crítico auto-organizado, dado que la relación de poder cumple con los criterios de universalidad y proporcionalidad de tamaño finito. El parámetro de escala varía dentro del rango -1,42 y -1,70. Este rango de valores es similar al de eventos con probado comportamiento crítico auto-organizado y causales directos de la siniestralidad de la superficie sembrada, como sequías, precipitación abundante, brotes de plagas o en-

fermedades, entre otros.

La invariabilidad del parámetro de escala en la relación tamaño-frecuencia permite construir un indicador de riesgo de siniestralidad en términos de la probabilidad de ocurrencia de un evento extremo. Este atributo también permite evaluar la superficie máxima en riesgo de siniestro dada una probabilidad de ocurrencia. Ambas extensiones tienen una importante aplicación tanto en las actividades de prevención de eventos extremos, como en la valoración de primas de seguros asociados a estos eventos extremos.

## LITERATURA CITADA

- Arroyo, G. 1990. Regiones agrícolas de México: modernización agrícola, heterogeneidad estructural y autosuficiencia alimentaria. Balance y Perspectivas de los estudios regionales en México. CIIH-UNAM. México, DF: 147-222.
- Bak, P., C. Tang, and K. Wiesenfeld. 1988. Self-organized criticality. *Physical review A*. 38(1):364-374.
- Barton, M.G., J.S. Terblanche, and B.J. Sinclair. 2019. Incorporating temperature and precipitation extremes into process-based models of African lepidoptera changes the predicted distribution under climate change. *Ecological Modelling* 394:53-65.

- Bogachev, M.I., and A. Bunde. 2012. Universality in the precipitation and river runoff. *EPL (Europhysics Letters)* 97(4):48011.
- Chave, J., and S. Levin. 2004. Scale and scaling in ecological and economic systems. p. 29-59. *The Economics of Non-Convex Ecosystems*. Springer, Dordrecht, Nederland.
- Clauset, A., C.R. Shalizi, and M.E. Newman. 2009. Power-law distributions in empirical data. *SIAM Review* 51(4):661-703.
- Davidson, R., and J.G. MacKinnon. 2004. *Econometric theory and methods*. Vol. 5. Oxford University Press, New York, USA
- Deutsch, C.A., J.J. Tewksbury, M. Titchelaar, D.S. Battisti, S.C. Merrill, R.B. Huey, et al. 2018. Increase in crop losses to insect pests in a warming climate. *Science* 361(6405):916-919.
- FAO-SAGARPA. 2001. Evaluación Establecimiento de Praderas 2000. Sistema de Evaluación de la Alianza para el Campo. Disponible en <http://www.evalalianza.org.mx> (Consulta 12 junio 2018).
- Fleisher, B. 1990. *Agricultural risk management*. Lynne Rienner Publishers Inc., Boulder, Colorado, USA.
- Food and Agriculture Organization (FAO). 2018. FAOSTAT. Disponible en <http://www.fao.org/WAICENT/faoinfo/economic/faodef/FAODEFS/H190F.HTM> (Accessed 06 Nov. 2018).
- García-Marín, A.P., F.J. Jiménez-Hornero, and J.L. Ayuso. 2008. Applying multifractality and the self-organized criticality theory to describe the temporal rainfall regimes in Andalusia (southern Spain). *Hydrological Processes: An International Journal* 22(2):295-308.
- Johansen, A. 1994. Spatio-temporal self-organization in a model of disease spreading. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 78(3-4):186-193.
- Kadanoff, L.P., S.R. Nagel, L. Wu, and S.M. Zhou. 1989. Scaling and universality in avalanches. *Physical Review A*. 39(12):6524.
- Li, Y., L. Shi, N. Allan, and J. Evans. 2019. An analysis of power law distributions and tipping points during the global financial crisis. *Annals of Actuarial Science* 13(1): 80-91.
- Liu, W.H. 2019. An empirical re-examination of extreme tail behavior: testing the assumptions of the power laws and the generalized Pareto distribution on the financial series. *Applied Economics* 51(30):3310-3324.
- Lockwood, D.R., and J.A. Lockwood. 1997. Evidence of self-organized criticality in insect populations. *Complexity* 2(4):49-58.
- Malamud, B.D., and D.L. Turcotte. 1999. Self-organized criticality applied to natural hazards. *Natural Hazards* 20(2-3):93-116.
- Marković, D., and C. Gros. 2014. Power laws and self-organized criticality in theory and nature. *Physics Reports* 536(2):41-74.
- Massey Jr, F.J. 1951. The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association* 46(253):68-78.
- Mills, T.C., and R.N. Markellos. 2008. *The econometric modelling of financial time series*. 472 p. Cambridge University Press, New York, U.S.A.
- Morton, J.F. 2007. The impact of climate change on smallholder and subsistence agriculture. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 104(50):19680-19685.
- Newman, M.E. 2005. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Contemporary Physics* 46(5):323-351.
- Pelletier, J.D., B.D. Malamud, T. Blodgett, and D. L. Turcotte. 1997. Scale-invariance of soil moisture variability and its implications for the frequency-size distribution of landslides. *Engineering Geology* 48(3-4):255-268.
- Peters, O., and J.D. Neelin. 2006. Critical phenomena in atmospheric precipitation. *Nature Physics* 2(6):393.
- Peters, O., and K. Christensen. 2002. Rain: Relaxations in the sky. *Physical Review E*. 66(3):036120.
- Peters, O., A. Deluca, A. Corral, J. D. Neelin, and C. E. Holloway. 2010. Universality of rain event size distributions. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment* 2010(11):11030. <https://doi.org/10.1088%2F1742-5468%2F2010%2F11%2Fp11030>
- Räsänen, M., M. Chung, M. Katurji, P. Pellikka, J. Rinne, and G.G. Katul. 2018. Similarity in fog and rainfall intermittency. *Geophysical Research Letters* 45(19):10-691.
- Rosenzweig, C., A. Iglesias, X.B. Yang, P.R. Epstein, and E. Chivian. 2001. Climate change and extreme weather events; implications for food production, plant diseases, and pests. *Global Change & Human Health* 2(2):90-104.
- Schaffnit-Chatterjee, C., S. Schneider, M. Peter, and T. Mayer. 2010. *Risk management in agriculture*. 31 p. Deutsche Bank Research, Frankfurt am Main, Germany.
- Stanley, H.E. 1999. Scaling, universality, and renormalization: Three pillars of modern critical phenomena. *Reviews of Modern Physics* 71(2):S358.
- StataCorp. 2017. *Stata Statistical Software: Release 15*. College Station, Texas, USA. <https://www.stata.com/support/faqs/resources/citing-software-documentation-faqs/>

- Steinhaeuser, K., N. V. Chawla, and A. R. Ganguly. 2011. Complex networks as a unified framework for descriptive analysis and predictive modeling in climate science. *Statistical Analysis and Data Mining: The ASA Data Science Journal* 4(5):497-511.
- Tirado, M.C., R. Clarke, L.A. Jaykus, A. McQuatters-Gollop, and J.M., and Frank. 2010. Climate change and food safety: A review. *Food Research International* 43(7):1745-1765.
- Torres-Rojo, J.M., and R. Bahena-González. 2018. Scale invariant behavior of cropping area losses. *Agricultural Systems* 165:33-43.
- Trenberth, K.E. 2006. The impact of climate change and variability on heavy precipitation, floods, and droughts. *Encyclopedia of Hydrological Sciences*. USA.
- Uhrin, A.V., and M.G. Turner. 2018. Physical drivers of seagrass spatial configuration: the role of thresholds. *Landscape Ecology* 33(12):2253-2272.
- Wang Jian, W., and A. Rehman. 2016. *Risk Management in Agriculture: Theories and Methods*. 350 p. Science Publishing Group, New York, NY, U.S.A.
- Wang, Z., and S. Huang. 2012. Self-organized criticality of rainfall in central China. *Advances in Meteorology* 2012:1-8. doi:10.1155/2012/203682
- White, E.P., B. J. Enquist, and J.L Green. 2008. On estimating the exponent of power-law frequency distributions. *Ecology* 89(4):905-912.
- World Bank. 2012. *FONDEN: Mexico's Natural Disaster Fund-A Review*. World Bank, Washington, DC. Available at <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/26881> (Accessed 12 Aug. 2017).
- Wu, J., and D. Marceau. 2002. Ecological systems: an introduction. *Ecological Modelling* 153(1-2):1-6.