

La dilatación del tiempo en la relatividad restringida de Einstein*

LEOPOLDO MUZZIOLI ADANI

Profesor Emérito de la
Universidad de Concepción, Chile

1. INTRODUCCION

En este ensayo me limitaré a desarrollar en la forma más simple y clara posible, uno de los aspectos más interesantes y extraños que Einstein fue inducido, inexorablemente, a deducir en su genial construcción mental que es la “relatividad restringida”.

*Este trabajo debió haber aparecido en el N° 439 de nuestra revista. Pero el envío desde Ancona, Italia, donde residía su autor, sufrió un retraso considerable en los correos internacionales.

Aun cuando ATNEA recordó dignamente el centenario del nacimiento de Einstein con un ensayo del profesor Desiderio Papp, nos enorgullecemos de poder publicar el presente estudio de quien fue nuestro colaborador desde 1938.

A pesar de estar sometido a tratamiento intensivo por una afección cardíaca, en un centro médico italiano, el Dr. Leopoldo Muzzioli se dio tiempo para redactar este ensayo sobre un tema que lo apasiona. Cabe recordar que fue uno de los primeros científicos que escribió en Chile acerca del inquietante futuro de la energía nuclear, y lo hizo precisamente en ATNEA.

El retardado pero feliz rescate de su estudio nos da la oportunidad, también, de rendir nuestro homenaje de admiración y gratitud al sabio maestro e investigador que entregó enseñanzas inolvidables y conocimientos permanentemente renovados a varias generaciones de estudiantes universitarios de Concepción, que en la actualidad se desempeñan profesionalmente o en la docencia en diversos lugares del mundo.

El martes 31 de marzo de 1981 los círculos intelectuales, científicos y docentes de Concepción recibieron la noticia del sensible fallecimiento del Profesor Muzzioli.

Me refiero a la llamada “Dilatación del tiempo”.

Sin embargo, para obtener este objetivo, creo oportuno, antes de todo, exponer algunas premisas.

La tercera memoria, enviada en el verano de 1905 por el joven de 26 años, Albert Einstein, a los *Annalen der Physik*, cuyo título es: “Zur elektrodynamik bewegter korpen” (“La electrodinámica de los cuerpos en movimiento”), dio lugar a un vuelco radical en la orientación del pensamiento científico.

Como resultado de la introducción de su trabajo, Einstein pone las bases a este vuelco radical, mediante dos “postulados”, que pueden sintetizarse en la forma siguiente: a) *el principio de relatividad, considerado como principio de equivalencia para todos los sistemas inerciales, debe ser extendido a todos los fenómenos físicos, cualquiera que sea su naturaleza;* y b) *la velocidad de la luz, en el vacío, no solamente es constante para todos los observadores inerciales, sino que es también independiente del estado de movimiento de la fuente luminosa.*

A primera vista, estos dos postulados parecen ser irreconciliables y, naturalmente, Einstein se dio cuenta de ello, pero, en su memoria, añade en forma bien clara y explícita que, a pesar de que estos dos postulados parezcan irreconciliables, no lo son; y termina afirmando textualmente que son “sólo aparentemente irreconciliables”.

Todavía, antes de esclarecer esta afirmación de Einstein, creo oportuno poner inmediatamente de relieve lo extraño de este segundo postulado, que es el responsable de la inexorable extrañeza de la teoría de la relatividad.

Este segundo postulado, como hemos dicho, afirma, antes de todo, que la velocidad, en el vacío, de una señal luminosa, es la misma, cualquiera que sea el observador inercial, o sea, no importa si el observador tiene una velocidad v , cuyo sentido es el mismo del sentido de la velocidad de la señal luminosa, o, al contrario, tiene una velocidad v , cuyo sentido es contrario a aquél de la velocidad de la señal luminosa.

En otras palabras, todos los observadores encontrarán siempre, para la velocidad de la luz, en el vacío, el mismo valor c , y no $c-v$ o $c + v$.

Naturalmente, todo esto es decisivamente contrario, no sólo al así llamado “sentido común”, sino que es, también, contrario al “teorema clásico galileano”, de la “composición de las velocidades”.

Sin embargo, como hemos dicho, Einstein afirma que sus dos postulados son “sólo aparentemente irreconciliables”.

Pero, para llegar a esta afirmación, ¿qué precio se deberá pagar?

Es evidente que el precio que se deberá pagar será una modifica-

ción radical de las reglas galileanas de transformación, a pesar de que, como es bien conocido, son tan hermosas, lógicas y elegantes.

En otras palabras, será necesario encontrar otras reglas de transformación que deberán reemplazar a las reglas galileanas.

Estas otras reglas de transformación deberán tener características tales que resulten "sólo aparentemente irreconciliables" estos dos postulados.

Pero esta modificación radical de las reglas galileanas de transformación implica una inexorable variación, también radical, de las concepciones del espacio y del tiempo, que están en la base de las transformaciones galileanas, y que se transmitieron en forma, se podría decir, dogmática, sin ser sometidas a ninguna crítica racional, en toda la física postgalileana y postnewtoniana.

Ahora bien, Einstein, con su admirable y genial fantasía creadora, acompañada por su meditada y, a veces, seguramente, tormentosa meditación, librándose valerosamente de cualquier prejuicio, hizo una crítica inexorable y despiadada de los conceptos clásicos del espacio y del tiempo absolutos establecidos por Galileo y Newton, y tan profundamente incorporados y asimilados por nosotros.

Es, precisamente, con esta revisión crítica que nace el desarrollo de la teoría de la relatividad de Einstein.

2. LA SIMULTANEIDAD NO ES UN CONCEPTO "ABSOLUTO", AL CONTRARIO, ES UN CONCEPTO "RELATIVO AL OBSERVADOR". TAMBIEEN EL "TIEMPO" O LA "DURACION DE UN FENOMENO" NO SON CONCEPTOS "ABSOLUTOS", AL CONTRARIO, SON CONCEPTOS "RELATIVOS AL OBSERVADOR".

A nosotros interesa, sobre todo, el aspecto que se refiere al tiempo.

En efecto, en este ensayo hemos querido limitarnos al desarrollo de los conceptos y de las ideas atinentes a la inexorable necesidad de una variación radical sobre la concepción del tiempo.

Ahora bien, en uno de sus fragmentos autobiográficos, Einstein dice textualmente: *Naturalmente, hoy día todos saben que cualquier tentativa de esclarecer, de modo satisfactorio esta paradoja, era condenada al fracaso, hasta que el axioma del carácter absoluto del "tiempo", o sea, de la simultaneidad", hubiese quedado anclada en el inconsciente sin que nosotros nos hubiéramos dado cuenta.*

Reconocer claramente el carácter arbitrario de este axioma significa precisamente resolver el problema.

En otras palabras, Einstein afirma, antes de todo, que debemos ser conscientes de la arbitrariedad del axioma del carácter absoluto del “tiempo”; por otra parte, afirma también que en la base de la noción del “tiempo” está la noción de “simultaneidad”.

En efecto, en el mismo fragmento autobiográfico antes mencionado, Einstein continúa textualmente: *Debemos tener conocimiento del hecho que todos nuestros juicios relativos a acontecimientos en los cuales aparece el tiempo, son siempre juicios relativos a acontecimientos simultáneos.*

Si yo por ejemplo digo: aquel tren llega aquí a las siete, esto quiere decir algo como: la posición de la esfera corta de mi reloj, sobre las siete y la llegada del tren son acontecimientos simultáneos.

Ahora: ¿existe una base objetiva, segura, irrefutable y, sobre todo “absoluta”, del concepto de “simultaneidad” de dos acontecimientos que se desarrollan en lugares diferentes?

Claro que para poder juzgar si dos acontecimientos son simultáneos, es necesario disponer, en el lugar o en los lugares donde se verifican, de dos relojes sincronizados.

Resulta espontáneo pensar que el mejor (si no el único) procedimiento no ambiguo para sincronizar relojes en relación a un determinado sistema de referencia, es aquel de poder disponer y, por consiguiente, de poder utilizar, de una señal de velocidad de propagación conocida.

Este procedimiento es tan natural, que es aquél utilizado normalmente, mediante la señal horaria transmitida por la radio o la televisión.

Sin embargo, debemos observar que este método, para sincronizar relojes que se encuentran en localidades diferentes, no toma en cuenta el hecho que los relojes más lejanos, al lugar de donde proviene la señal radio, la reciben con un cierto atraso con respecto a los relojes que se encuentran más cercanos.

Pero este hecho no tiene importancia, porque, también en el caso que se quiera analizar la cuestión a *nivel de principio*, lo que es importante es conocer la velocidad de propagación de la señal radio, en cuanto, con este dato, se podrá evidentemente tomar en cuenta y calcular exactamente el atraso.

Todas las consideraciones que preceden se refieren a la sincronización de relojes, relativa a un determinado sistema de referencia; en otras palabras, dichas consideraciones se refieren a la sincronización de relojes en reposo relativo.

Sin embargo, si se quisiera sincronizar un reloj en movimiento (por

ejemplo, que se aleja de la fuente de la señal radio), no habría problema, porque sería suficiente tomar en cuenta el atraso debido al hecho que el reloj en movimiento (en el caso considerado) se desplaza en el sentido de la propagación de la señal radio.

Pero, todo esto es sólo aparentemente claro, sencillo, y se podría añadir irrefutable, porque esconde, oculta, un aspecto de trascendental importancia que escapa a un primer examen superficial, y que escapó a Galileo, a Newton y a todos los físicos postgalileanos y postnewtonianos, hasta Einstein.

La razón por la cual este aspecto, aun siendo, como hemos dicho, de trascendental importancia, se le ha escapado a todos los físicos de hasta fines del ochocientos, es debido al hecho que “casualmente” la velocidad de las señales radio, como la velocidad de las señales lumínicas que, como se sabe, son iguales, es extremadamente grande.

Ahora bien, ¿cuál es este aspecto?

Este aspecto, quedado, como hemos dicho, escondido y oculto por tanto tiempo, corresponde al hecho que se ha considerado siempre como verdadera (casi inconscientemente y sin nunca expresarla y ponerla de relieve en forma clara y explícita) la siguiente afirmación: *la velocidad de propagación de la luz en el vacío, en cualquier sistema de referencia inercial, es siempre la misma en todas las direcciones*.

En cambio, como se sabe, generaciones de físicos han buscado siempre (pero siempre sin éxito) algún fenómeno donde apareciera una cierta “anisotropía” en la velocidad de propagación de la luz.

Ahora bien, en su teoría, Einstein no permite ningún lugar para una eventual “anisotropía” en la velocidad de la luz, por consiguiente, Einstein posee (y lo posee sin ninguna duda, en forma plenamente consciente y con la máxima claridad) la posibilidad de utilizar el procedimiento “no ambiguo” de sincronización en un determinado sistema de referencia.

Poseyendo este procedimiento “no ambiguo”, Einstein puede obtener un resultado de trascendental importancia; o sea, puede obtener un concepto “no ambiguo” de la “simultaneidad”.

En efecto, Einstein logra establecer, en forma absolutamente segura, que la “simultaneidad” no es un concepto “absoluto” (como fue considerado superficialmente por tantos siglos) sino que es un concepto “relativo al observador”.

Sin embargo, lo que es todavía más importante es que después de haber obtenido un concepto “no ambiguo” de la “simultaneidad”, esta conquista podrá servirle y le servirá para obtener inmediatamente

después el importantísimo concepto “no ambiguo” del “tiempo”, o de la “duración” de un fenómeno, demostrando que ellos también no son conceptos “absolutos” sino conceptos “relativos al observador”.

3. EXPOSICION DE UN INTERESANTE EJEMPLO PARA EXPLICAR QUE LA SIMULTANEIDAD NO ES UN CONCEPTO “ABSOLUTO”, SINO QUE ES UN CONCEPTO “RELATIVO AL OBSERVADOR”. COMO CONSECUENCIA DE ESTA CONQUISTA, SE OBTIENE OTRA CONQUISTA DE TRASCENDENTAL IMPORTANCIA, O SEA, QUE TAMBIEN EL “TIEMPO” O LA “DURACION” DE UN FENOMENO NO SON CONCEPTOS “ABSOLUTOS”, SINO QUE SON CONCEPTOS “RELATIVOS AL OBSERVADOR”.

Que la “simultaneidad” no sea un concepto “absoluto” más, al contrario, que sea un concepto “relativo al observador”, puede explicarse y comprenderse fácilmente mediante la exposición de un ejemplo, que nos parece sobremanera interesante y eficaz.

Este ejemplo corresponde a un experimento que, naturalmente, es “conceptual”.

Suponemos que se quieran sincronizar dos relojes: O_a y O_b , instalados en la cola A y en la cabeza B de una astronave, respectivamente. (Ver figura, con resumen sintético anexo).

La manera más sencilla para hacerlo consiste en enviar, desde el punto N, situado a mitad del recorrido entre A y B, una señal luminosa.

En verdad, como se ve en la figura, las señales luminosas son dos, pero dado que se puede, y es mucho más cómodo, hablar de una señal luminosa solamente, así lo haremos.

En el instante en el cual la señal luminosa llega en A y en B, dos observadores solidarios con los relojes O_a y O_b , y que llamaremos como hemos llamado los relojes, o sea, O_a y O_b , respectivamente, observan la llegada de la señal luminosa en A y en B.

El resultado de esta observación es que los dos observadores comprueban que la señal luminosa llega contemporáneamente en A y en B.

Después de estas premisas, suponemos ahora que la señal luminosa sea emitida por N en el *exacto instante* en el cual el centro N de la astronave pasa delante (o frente) del centro M de una estación espacial.

Suponemos, además, que en ese *exacto instante*, los punteros largos de los dos relojes O_a y O_b sean colocados por los observadores O_a y O_b , en una posición tal que la llegada de la señal luminosa en A y en B se

verifique a mediodía (12 horas); o sea, cuando los dos punteros de cada uno de los dos relojes son verticales.

Después de todas estas suposiciones vamos a suponer, en fin, que en la astronave, además de los observadores O_a y O_b antes mencionados, haya también, en el interior de la astronave misma, un observador O_{ast} anclado a la astronave en correspondencia de N; y que en el interior de la estación espacial haya en correspondencia de M un observador O_{est} anclado a la estación espacial (observador "fijo").

Puesto que queremos que no sólo O_{ast} , sino también O_{est} , observe y estudie el fenómeno de la llegada de la señal luminosa que parte de N y llega a la cola A y a la cabeza B de la astronave, será necesario que el observador O_{est} pueda disponer de dos relojes (O_p y O_q) en reposo con respecto a él, o sea, a su sistema de referencia.

Estos dos relojes serán puestos, por ejemplo, en P y en Q, que son posiciones bastante convenientes para que el observador O_{est} (que queremos, como hemos dicho, que observe y estudie el fenómeno de la llegada de la señal luminosa, que parte de N y se dirige a la cola A y a la cabeza B de la astronave) pueda "maniobrarlos" con comodidad, con el fin de estudiar, en forma satisfactoria, las características del experimento conceptual que estamos exponiendo.

En efecto, en el "exacto instante" en el cual la señal luminosa viene emitida por N, que, como hemos dicho, es el "exacto instante" en el cual el centro N de la astronave pasa delante (o frente) del centro M de la estación espacial, el observador O_{est} (observador "fijo") puede colocar, con comodidad y con la máxima precisión, los punteros largos de sus dos relojes (O_p y O_q) en las mismas posiciones iniciales que tenían los punteros largos de los relojes (O_a y O_b) en la cola A y en la cabeza B de la astronave, en ese mismo "exacto instante".

Ahora bien, como hemos dicho, para el astronauta en el interior de la astronave (observador O_{ast}) la señal luminosa emitida por N llega en A y en B contemporáneamente, o sea, es recibida por los observadores O_a y O_b , puestos a la cola A y a la cabeza B de la astronave en forma "simultánea".

En cambio, para O_{est} (observador "fijo"), por efecto del hecho que la astronave se mueve con velocidad v en el sentido indicado en la figura, la señal luminosa, que se propaga hacia la cola A de la astronave, se acerca a él; al contrario, la señal luminosa que se propaga hacia la cabeza B de la astronave se aleja de él.

Por consiguiente, el observador O_{est} verá antes la llegada de la señal luminosa a la cola de la astronave, puesto que la cola se acerca a él;

al contrario, el observador O_{est} verá después la llegada de la señal luminosa a la cabeza de la astronave, puesto que la cabeza se aleja de él.

Por otra parte, el mismo observador O_{est} podrá, como hemos dicho, observar con comodidad y con la máxima precisión los punteros largos de sus dos relojes (O_p y O_q) en las posiciones correspondientes a los dos instantes en los cuales (según su observación) la señal luminosa emitida por N alcanza, respectivamente, la cola A y la cabeza B de la astronave y, por consiguiente, O_{est} podrá indicar y medir el adelanto y el atraso por él observados, mediante sus dos relojes O_p y O_q , cuyos punteros largos resultarán: el de O_p inclinado hacia la izquierda (antes de las 12 horas) y el de O_q inclinado hacia la derecha (después de las 12 horas).

En base a estas observaciones, O_{est} (observador "fijo") deberá, inexorablemente, concluir que los dos acontecimientos (llegada en A y llegada en B de la señal luminosa emitida por N) que son simultáneos para O_{ast} no lo son para él.

Deseamos poner en relieve ahora, en forma bien clara y explícita, que el observador O_{ast} posee una noción de "simultaneidad" que es tan legítima como aquella que posee el observador O_{est} , porque los dos pueden (y lo pueden con plena razón) creer estar en lo correcto, en cuanto cada uno de ellos ha sincronizado en forma correcta sus relojes en el propio sistema de referencia: el reloj O_a y el reloj O_b (en el sistema de referencia de la astronave) y el reloj O_p y el reloj O_q (en el sistema de referencia de la estación espacial).

He aquí la conclusión de trascendental importancia que se puede deducir: La simultaneidad no es un concepto "absoluto", al contrario, es un concepto "relativo", en cuanto depende del sistema de referencia.

Sin embargo, la admirable fantasía creadora de Einstein no se detiene con la conquista de este resultado ("relatividad de la simultaneidad"), sino que prosigue, por extrapolación, con el descubrimiento del concepto, sobremanera importante, de la relatividad del "tiempo" o de la relatividad de la "duración" de un determinado fenómeno.

NOTA:

En la exposición del experimento conceptual he considerado relojes comunes, normales, con los dos punteros: uno largo, de los minutos, y uno corto, de las horas.

He hecho esto deliberadamente, no sólo porque, como hemos dicho en forma bien clara y explícita, se trata de un experimento conceptual que permite cualquier extrapolación, sino también, y sobre

todo, con el objeto de que el lector no especializado, o mejor dicho no acostumbrado a considerar tiempos extremadamente pequeños, no tenga que salir del marco de sus concepciones correspondientes a su vida cotidiana.

Sin embargo, no puedo ocultar que debido a la extremadamente grande velocidad de la luz, los relojes considerados en la exposición del experimento conceptual antes estudiado, no pueden ser relojes comunes, normales, sino que "cronómetros ideales", con la posibilidad de medir tiempos extremadamente pequeños.

Creo oportuno exponer las características que deberían tener estos cronómetros ideales, a pesar de que la lectura de esta exposición no es indispensable para la comprensión de los conceptos y de las ideas desarrolladas en este ensayo.

Si la astronave, considerada en nuestro experimento conceptual, tiene por ejemplo una longitud de 6 m, es:

$$NO_a = NO_b = 3 \text{ m.}$$

Ahora bien, la luz cuya velocidad es 300.000.000 m/s para recorrer 3 m emplea un tiempo que es:

$$\frac{3 \text{ m}}{300.000.000 \text{ m/s}} = \frac{1}{100.000.000} \text{ s}$$

En base a este dato resulta que los relojes que se deben utilizar en nuestro experimento conceptual, no pueden ser relojes comunes, normales, sino que deben ser cronómetros con la posibilidad de medir tiempos del orden de un cienmillonésimo de segundo.

Además, si, por ejemplo, queremos que el puntero ideal de ese cronómetro ideal realice una vuelta completa en un cienmillonésimo de segundo, y si queremos también que nuestro cronómetro ideal tenga un "cuadrante" con 100 divisiones, cada división debe corresponder a un tiempo:

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100.000.000} \text{ s} = \frac{1}{10.000.000.000} \text{ s} = 10^{-10} \text{ s}$$

o sea, cada división debe corresponder a un tiempo de un diez millardécimo de segundo.

Entonces los relojes O_a y O_b de la astronave y O_p y O_q de la estación espacial no pueden ser relojes comunes y normales, sino cronómetros

ideales con las características antes expuestas; es solamente con estos cronómetros ideales que puede pensarse el experimento antes expuesto, aun considerado como “experimento conceptual”.

4. RELACION MATEMATICA QUE EXPRESA Y PERMITE CALCULAR CUANTITATIVAMENTE LA ASI LLAMADA “DILATACION DEL TIEMPO”

Einstein desarrolló sus ideas en forma cuantitativa y obtuvo, por lo que se refiere a la “duración” de un fenómeno determinado, una relación matemática, que trataremos de exponer y explicar con la mayor claridad posible.

Se trata de la relación matemática que expresa cuantitativamente que la “duración” de un fenómeno determinado, no es un concepto absoluto, sino que, al contrario, es un concepto relativo, porque su medida no es constante, sino que varía, y sus variaciones dependen de quien ejecuta las medidas, o sea, de los observadores que se encuentran en diferentes estados de movimiento, con respecto al lugar donde se verifica el fenómeno en estudio.

Son éstos los famosos efectos relativísticos *controlables* y *medibles* de la así llamada “dilatación del tiempo”.

Si un fenómeno determinado tiene, para un primer observador, que se encuentra en reposo en el lugar donde se desarrolla el fenómeno mismo, una duración Δt , para un segundo rectilíneo uniforme, con velocidad v , con respecto al primero, la duración del mismo fenómeno resulta “dilatada” y tiene un valor $\Delta t'$.

La relación matemática cuantitativa entre $\Delta t'$ y Δt es la siguiente:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} (*)$$

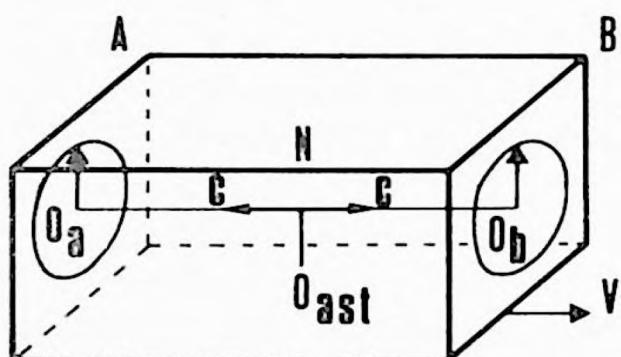
donde c es la velocidad de la luz.

Es fácil demostrar que la duración $\Delta t'$, del fenómeno, para el segundo observador, resulta “dilatada” con respecto a la duración Δt , del mismo fenómeno para el primer observador.

En otras palabras vamos a demostrar que $\Delta t'$ es mayor que Δt .

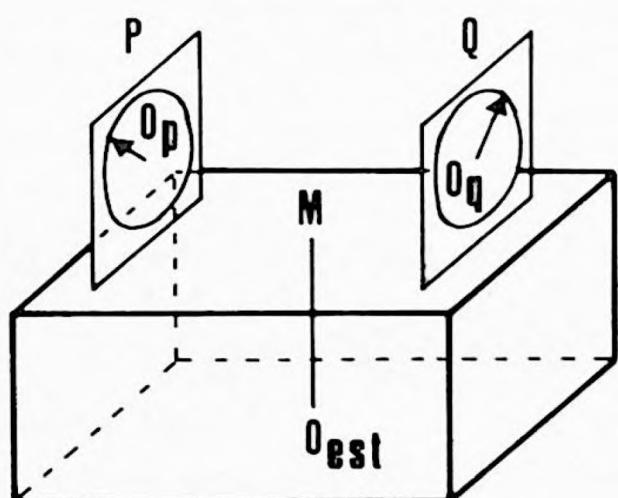
Las figuras y resúmenes sintéticos que se insertan en este ensayo, son reproducciones facsimilares de los originales confeccionados por el propio Profesor Muzzioli, fallecido en Italia poco después de enviarlos a Chile.

EXPERIMENTO CONCEPTUAL PARA DEMOSTRAR QUE LA SINCRONIZACION DE DOS RELOJES NO ES ABSOLUTA, AL CONTRARIO ES RELATIVA PORQUE DEPENDE DEL OBSERVADOR.



O_a: puntero vertical
12 horas

O_b: puntero vertical
12 horas



O_p: puntero inclinado;
antes de 12 horas

O_q: puntero inclinado;
después de 12 horas

O_{ast} = OBSERVADOR LIGADO A LA "ASTRONAVE"

O_{est} = OBSERVADOR LIGADO A LA "ESTACION ESPACIAL"
· FIJO · .

1 Para el observador O_{ast} la señal luminosa, que parte de N , llega a la cola A y a la cabeza B del astronave contemporáneamente; por consiguiente puede sincronizar sus dos relojes O_a y O_b a la misma hora. Vamos a suponer que dicha hora sea medio dia(12 horas) o sea los punteros de los dos relojes resultan verticales.

2 Para el observador O_{est} , debido al movimiento del astronave, la señal luminosa llega antes a la cola A , y después a la cabeza B del astronave. El mismo observador puede medir e indicar el adelanto y el atrazo mediante sus dos relojes O_p y O_q , cuyos punteros resultarán: el de O_p inclinado hacia la izquierda(antes de las 12 horas), y el de O_q inclinado hacia la derecha(después de las 12 horas).

3 Se deduce que los dos relojes O_a y O_b que son sincronizados(a las 12 horas) para el observador O_{ast} , no lo son para el observador O_{est} .

ENTONCES:

LA SINCRONIZACION DE DOS RELOJES NO ES ABSOLUTA, AL CONTRARIO ES RELATIVA, PORQUE DEPENDE DEL OBSERVADOR.

Sabemos que la velocidad de v del segundo observador (como también todas las velocidades que pueden ser alcanzadas) es menor que la velocidad de la luz c , por consiguiente, v^2 / c^2 es siempre no sólo positivo, sino también menor que 1. Debido a esto resulta también que $1 - v^2 / c^2$ es siempre positivo y menor que 1; por consiguiente $\sqrt{1 - v^2 / c^2}$ es real y también siempre menor que 1.

Es suficiente ahora observar la fórmula (*) para ver que en base a lo que hemos expuesto anteriormente resulta demostrado, en forma sumamente sencilla, lo que se querría demostrar.

En efecto, puesto que $\Delta t'$ es igual a Δt partido por un número menor que 1, es evidente que debe resultar:

$$\Delta t' > \Delta t$$

Entonces, para el segundo observador, el fenómeno en estudio tiene una duración mayor de la duración que tiene el mismo fenómeno para el primer observador.

¡El tiempo se ha “dilatado”!

5. DEMOSTRACION PARTICULAR, PERO DE NOTABLE INTERES DE LA RELACION MATEMATICA QUE EXPRESA Y PERMITE CALCULAR CUANTITATIVAMENTE LA ASI LLAMADA “DILATACION DEL TIEMPO”

Deseo ahora exponer el desarrollo de una demostración de la relación matemática expuesta en el párrafo anterior que, como hemos dicho, expresa y permite calcular cuantitativamente la así llamada “dilatación del tiempo”.

A pesar de que se trata simplemente de una demostración “particular”, se puede considerar de mucho interés, sobre todo por su notable sencillez.

Por otra parte, la exposición de este desarrollo está hecha en la forma más elemental posible; entre otros, *he exagerado deliberadamente en los pasajes algebraicos, desarrollando también los que normalmente no se exponen en una demostración normal debido a su sencillez y evidencia.*

Todo esto con el fin de que este desarrollo sea comprensible para el mayor número de lectores posibles.

De todas maneras, a pesar de las consideraciones expuestas en las tres frases que preceden, deseo expresar en forma bien explícita que la lectura de esta demostración no es necesaria para la comprensión de las ideas y de los conceptos expuestos en este ensayo.

Vamos a considerar un vehículo que se mueve sobre rieles (ver figura con resumen sintético anexo).

Vamos a considerar también un sistema de referencia O, anclado al vehículo, y que, por consiguiente, se mueve con el vehículo mismo, cuyo movimiento es rectilíneo y uniforme con velocidad v.

Suponemos ahora que una señal luminosa emitida por A se refleja en el espejo B para volver en A.

Si c es la velocidad de la luz, la "duración" del fenómeno medida por un reloj poseído por el observador O, y por consiguiente, solidario con el sistema de referencia O, es:

$$\Delta t = AB/C + BA/C = h/c + h/c = 2h/c.$$

Suponemos, ahora, de tener un observador O' anclado y fijo con los rieles y que observa el fenómeno antes señalado.

Durante el recorrido de la señal luminosa emitida por A, desde A hasta el espejo B (duración $\Delta t/2$), el vehículo que se mueve, como hemos dicho, con movimiento rectilíneo y uniforme con velocidad v, se ha desplazado de M a N.

Por consiguiente es:

$$MN = v \cdot \Delta t/2$$

Por otra parte, O', anclado y fijo con los rieles, que también observa el fenómeno en estudio, "ve" que la señal luminosa para él recorre el trayecto A B A, o sea, "ve" que la señal luminosa recorre una distancia mayor de aquella que observa O, anclado al vehículo.

Por otra parte, es suficiente observar la figura para ver que podemos escribir:

$$\operatorname{sen} \alpha = AQ/AB$$

pero:

$$AQ = MN$$

y dado que, como sabemos, es: $MN = v \cdot \Delta t/2$,
se tiene:

$$AQ = v \cdot \Delta t/2$$

Pero AB es el trayecto recorrido por la señal luminosa en el tiempo $\Delta t/2$, que es el tiempo en el cual se verifica el desplazamiento del vehículo de M a N; por consiguiente, siendo c la velocidad de la luz, se tiene:

$$AB = c \cdot \Delta t/2$$

A base de lo que precede, dado que (como hemos visto) es:
 $\sin \alpha = AQ/AB$, podemos escribir:

$$\sin \alpha = \frac{v \cdot \Delta t/2}{c \cdot \Delta t/2}$$

o sea:

$$\sin \alpha = v/c$$

Ahora bien, el trayecto recorrido por la señal luminosa "visto" por O' es:

$$AB + BA' = 2 AB$$

Por consiguiente, la "duración" $\Delta t'$, correspondiente al fenómeno en estudio, medida por un reloj poseído por O', y solidario con el mismo sistema de referencia O', fijo con los rieles, es:

$$\Delta t' = 2 \cdot AB/c$$

Pero siendo:

$$AB = h/\cos \alpha,$$

será:

$$2 AB = 2h/\cos \alpha$$

Por consiguiente, siendo (como hemos visto) $\Delta t' = 2 \cdot AB/c$ se tiene:

$$\Delta t' = 2h/c \cdot \cos \alpha$$

Pero:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

pero (como hemos visto) es: $\sin \alpha = v/c$, así que:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

y siendo (como hemos visto) $\Delta t' = 2 h/c \cdot \cos \alpha$, se tiene:

$$\Delta t' = 2h/c \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

o sea:

$$\Delta t' = \frac{2 h}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Pero, dado que (como hemos visto al comienzo de esta exposición) es: $2h/c = \Delta t$, así que, finalmente, se tiene:

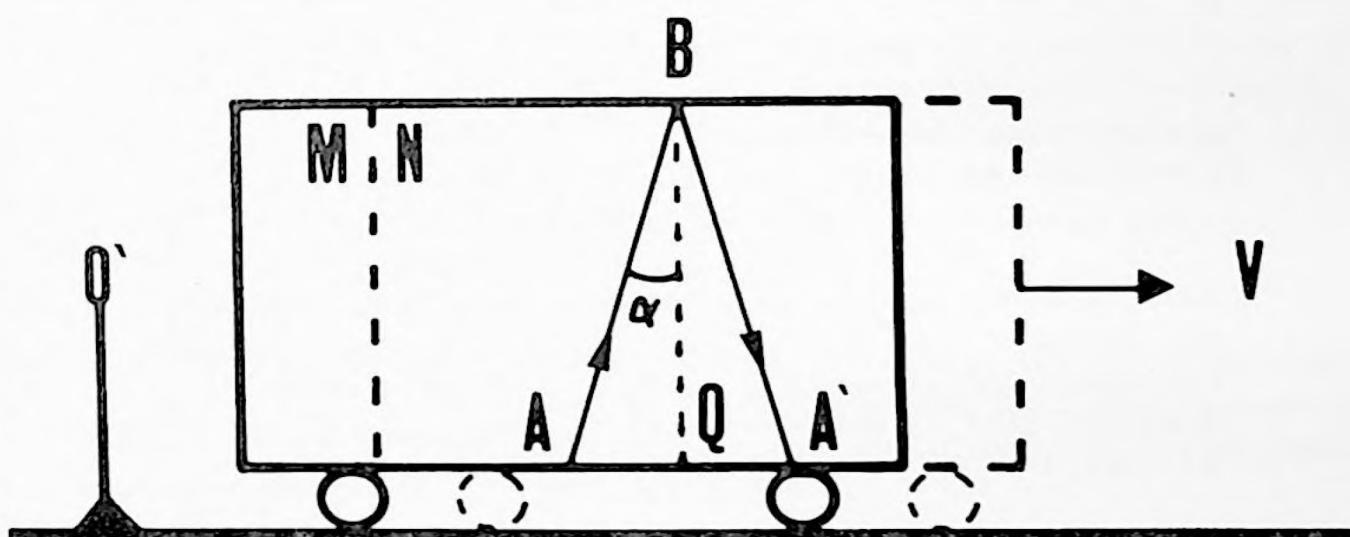
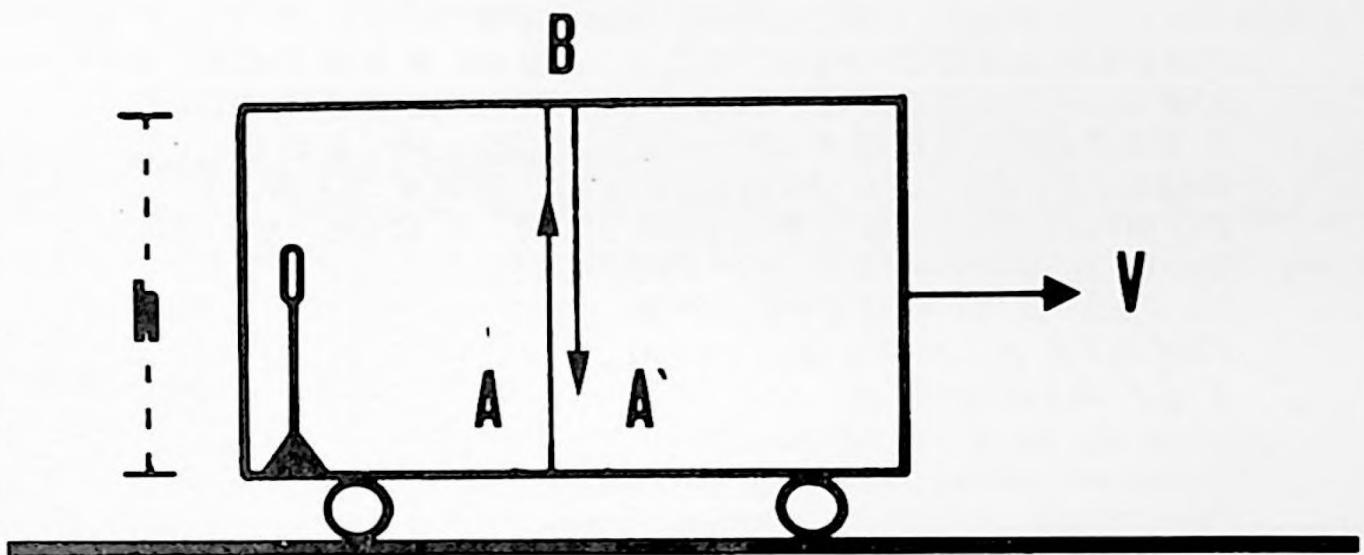
$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Pero, en el párrafo precedente, hemos demostrado que es:

$$\Delta t' > \Delta t$$

así podemos concluir que la “duración” $\Delta t'$ del fenómeno que hemos estudiado, medida por un reloj poseído por el observador O' , anclado y fijo con los rieles, es más larga de la “duración” Δt , del mismo fenómeno medida por un reloj poseído por el observador O , anclado con el vehículo.

El reloj que posee O' es más lento que el reloj que posee O !



*EL FENOMENO
OBSERVADO POR DOS OBSERVADORES
(OBSERVADOR O, ANCLADO AL VEHICULO.
Y OBSERVADOR O' ANCLADO A LOS
RIELES) ES EL SIGUIENTE: UNA SEÑAL
LUMINOSA ES EMITIDA POR A, QUE SE
ENCUENTRA EN EL PISO DEL VEHICULO.
LLEGA A UN ESPEJO B, QUE SE ENCUENTRA
FRENTE A A EN EL TECHO DEL VEHICULO
Y SE REFLEJA.*

1 Para el observador O, la «DURACION» del fenomeno, medida por un reloj poseido por él, es:

$$\Delta t = 2h/c$$

donde c es la velocidad de la luz, y h es la altura del vehículo.

2 Para el obervador O', la «DURACION» del fenómeno, medida por un reloj poseído por él, es:

$$\Delta t' = \frac{2h}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

donde v es la velocidad del vehículo.

3 Entonces se tiene:

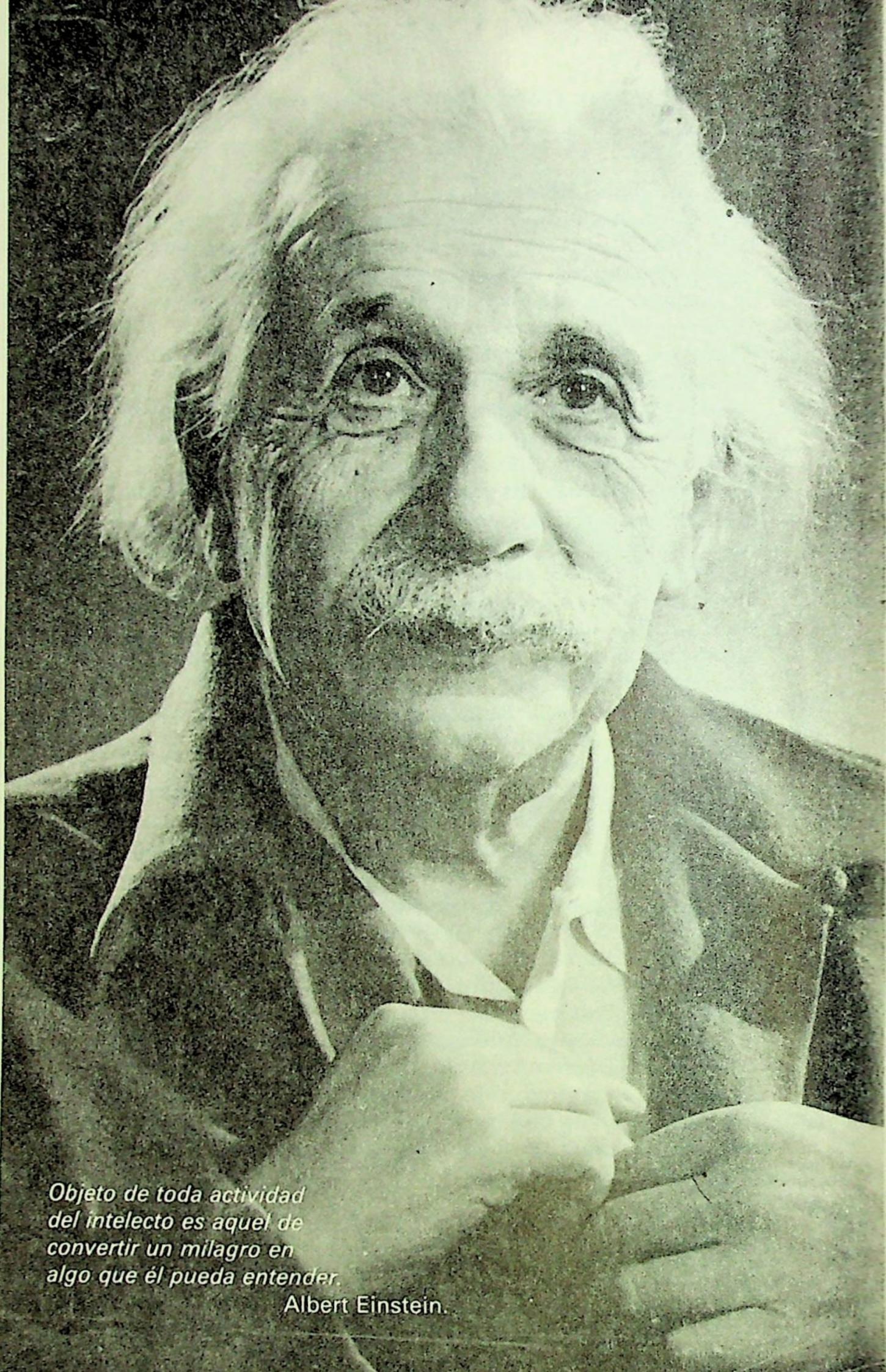
$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

pero, siendo siempre v < c, se tiene que $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ es siempre real, positivo y menor que 1; por consiguiente, la «DURACION» $\Delta t'$ del fenómeno medida por O' es más larga de la «DURACION» Δt del mismo fenómeno medida por O.

*¡EL RELOJ QUE POSEE O' ES MAS LENTO
DEL RELOJ QUE POSEE O!*

LAS FECHAS MAS SIGNIFICATIVAS RELATIVAS A LA VIDA Y OBRA DE ALBERT EINSTEIN

1879. Nace en Ulma (Alemania).
1894. Deja el gimnasio de Mónaco (Baviera) y sigue su familia en Italia. Pide a su padre hacer las tramitaciones necesarias para dejar la ciudadanía alemana y obtener la de Suiza.
1896. Se matricula en el Politécnico de Zurich.
1900. Obtiene el diploma del Politécnico de Zurich.
1902. Comienza su trabajo en la Oficina de Patentes de Berna.
1903. Se casa con Mileva Marié.
1905. Año de intensa actividad científica; publica trabajos de notable importancia, sobre: a) la teoría de los “cuantum”; b) el movimiento browniano; c) la relatividad restringida.
En lo que se refiere al argumento c), que es lo que más nos interesa, es de notable importancia la tercera memoria, enviada en el verano de 1905 (a 26 años de edad) a los *Annalen der Physik*, cuyo título es “Zur elektrodynamik bewegter korpen” (“La electrodinámica de los cuerpos en movimiento”), que dio lugar a un vuelco radical en la orientación del pensamiento científico. En ese mismo año, 1905, obtiene el doctorado de investigación en la Universidad de Zurich.
1907. Pone las bases físicas de la teoría de la relatividad general.
1909. Es nombrado profesor de la Universidad de Zurich.
1911. Es nombrado profesor de la Universidad de Praga.
— Publica un trabajo de resonancia mundial donde desarrolla una previsión cuantitativa sobre el fenómeno de la desviación de la luz, procedente de las estrellas, debido al campo gravitacional producido por la notable masa del sol.
1914. Es nombrado profesor del Kaiser Wilhelm Institut, de Berlín.
— La esposa Mileva con los hijos deja Berlín para ir a vivir a Zurich; es el fin de su primer matrimonio.
1916. Formula, en forma definitiva, la teoría de la relatividad general.
1919. Su segundo matrimonio.
— La expedición de Eddington verifica el fenómeno, por él previsto, de la desviación de los rayos luminosos debido al campo gravitacional producido por la notable masa del sol.
1920. En el congreso de Bad Neuhein, el físico alemán Lenard lanza un violento ataque de carácter antisemita en contra de Einstein y la teoría de la relatividad.



*Objeto de toda actividad
del intelecto es aquel de
convertir un milagro en
algo que él pueda entender.*

Albert Einstein.

1921. C. Weizman, el líder sionista que será después el primer Presidente de Israel, pide a Einstein que realice un viaje a Estados Unidos, con el objeto de solicitar una subscripción en apoyo del movimiento. El viaje se cumple con recepciones triunfales.
- Dicta cuatro clases magistrales en la Universidad de Princeton que constituirán la base de la redacción de su famoso libro *The meaning of relativity* (“El significado de la relatividad”), traducido a varios idiomas.
- Obtiene el Premio Nobel, “para sus contribuciones a la física teórica, y en particular para su descubrimiento de la ley del efecto fotoeléctrico”.
1933. Los nazistas toman definitivamente poder en Alemania.
- Einstein, que se encuentra en Estados Unidos, no vuelve más a Alemania.
- Despues de cortas estadas en Bélgica e Inglaterra, comienza su actividad en el Institute for Advance Study, en Princeton.
- Por segunda vez en su vida decide renunciar a la ciudadanía alemana; sin embargo, esta vez lo precede el gobierno alemán.
1939. Escribe su famosa carta al presidente de Estados Unidos, Franklin Delano Roosevelt.
- Dado que esta carta tuvo enorme y trascendental importancia en la historia actual de la humanidad, creo oportuno exponer aquí, por lo menos, un breve resumen de su texto original.
- Einstein empieza su carta comunicando a Roosevelt que E. Fermi y L. Szilard le enviaron un manuscrito con la relación de sus investigaciones. En base de esta relación, Einstein expresa a Roosevelt que es inducido a pensar que un elemento, el uranio, podrá ser transformado, en el *inmediato futuro*, en una nueva e importante fuente de energía. Sin embargo, añade que en base a estos estudios él piensa que podría ser posible la construcción de bombas de un nuevo tipo, extremadamente potentes. Einstein expresa también que Estados Unidos dispone solamente de moderadas cantidades de mineral uranífero, que son, además, bastante pobres; sigue diciendo que, mineral uranífero bueno se encuentra solamente en Canadá y en la ex Checoslovaquia, mientras que la más importante fuente de uranio está en el Congo Belga. Sigue su carta aconsejando a Roosevelt de preocuparse del asunto, sobre todo por el hecho de que Alemania ha bloqueado la venta de uranio de las minas checoslovacas, de las cuales se ha apropiado.

En fin, Einstein advierte a Roosevelt que esta medida tan tempestiva de Alemania, se debería muy probablemente al hecho de que el hijo del subsecretario del estado alemán, Von Weizsäcker, trabajaba en el Kaiser Wilhelm Institut de Berlín, donde se realizan "en parte" las mismas investigaciones sobre el uranio, que se desarrollan en Estados Unidos.

1945. El día 6 de agosto, Hiroshima.
1955. Muere en Princeton (Estados Unidos). Según su voluntad, su cuerpo fue cremado y las cenizas esparcidas en el río Delaware. Antes de la cremación, el doctor Thomas S. Harvey había obtenido del ejecutor testamentario de Einstein, el permiso de retirar el cerebro del gran científico y, enseguida, obtuvo de la familia de Einstein el consentimiento para estudiarlo. Naturalmente, todo esto dio lugar a muchas polémicas. Se sabe que Harvey ha pedido la colaboración de muchos especialistas; sin embargo, a pesar de haber pasado un cuarto de siglo, Harvey no ha hecho, hasta ahora, ninguna declaración oficial. Pero en ocasión del centenario del nacimiento de Einstein, hizo una declaración a la prensa comunicando que publicará los resultados de sus estudios en un año más.

BIBLIOGRAFIA

Las tres obras más consultadas son las siguientes:

ALBERT EINSTEIN. *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie geineinverständlich.* 1916. Traducción al italiano por Virginia Geymonat. *Relatività: esposizione divulgativa.* Última edición italiana con escritos de: Descartes, Newton, Lobacevsky, Rieman, Helmholtz, Maxwell, Poincaré, Einstein; a cargo de Bruno Carmignani. Universale Scientifica Boringhieri. Torino. Primera Edición 1967, Reimpresiones 1970, 1974, 1977.

SILVIO BERGIA. *Einstein e la relatività.* Universale Latezza. Roma. Bari. 1978.

ALBERT EINSTEIN. *The meaning of relativity.* 1955. V edición. Princeton University Press Princeton, N. J. Traducción al italiano por L. Radicati. *Il significato della relatività.* Universale Scientifica Boringhieri. Torino. 1959.

Otras obras consultadas (traducidas al italiano) son las siguientes:

ALBERT EINSTEIN. *Albert Einstein scienziato e filosofo.* Autobiografía de Einstein y ensayos de varios autores, a cargo de P. A. Schilpp. Universale Scientifica Boringhieri. Torino. 1958.

WOLFGANG PAULI. *Teoría della relatività.* Universale Scientifica Boringhieri. Torino. 1974.

MAX BORN. *La sintesi einsteiniana.* Universale Scientifica Boringhieri. Torino. 1962.